

AKARSU YÖNTEMİYLE GERİDEN KESTİRME PROBLEMİNİN ÇÖZÜMÜ

V. Akarsu

Zonguldak Karaelmas Üniversitesi, Zonguldak Meslek Yüksekokulu, Teknik Programlar Bölümü, 67100
Zonguldak, vakarsu@mynet.com

ÖZET

Jeodezik geriden kestirme problemi, dik koordinat sisteminde koordinatları bilinmeyen bir noktadan, koordinatları bilinen en az üç noktaya yapılan doğrultu ölçüleri kullanılarak, Öklid metriğine göre bilinmeyen nokta koordinatlarının analitik olarak belirlenmesidir. Akarsu yöntemi, geriden kestirme probleminin Collins, Kaestner, Delambre, Cassini ve Ansermet çözüm yöntemlerinin alternatifi olarak, çember belirleme geometrisine dayanarak geliştirilmiştir. Yöntemin mantığı, iki bilinen ve aranan noktadan geçen farklı iki çemberin merkezlerine ait dik koordinatları ve yarı çapları hesaplanarak, problem jeodezik temel hesaplama problemine dönüştürülerek yeni nokta koordinatlarının tek noktadan hesaplanmasına dayanmaktadır. Sayısal uygulamalar ile yöntemin sonuçları, doğrultu ve / veya kenar ölçüleriyle dengelemeli geriden kestirmeyle elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Anahtar Sözcükler: Öklid Geometrisi, Geriden Kestirme, Akarsu Yöntemi, Jeodezik Ölçme, Çember.

ABSTRACT

AKARSU METHOD FOR RESECTION PROBLEM

Geodetic resection is the analytically determination of point coordinates in a Cartesian coordinate system by using horizontal angle measurements to at least three known points with respect to the Euclidian geometry. Akarsu Method of resection has been developed on the basis of fitting appropriate circles in an attempt to solve for the resection problem as an alternative to the Collines, Kaestner, DeLambre, Cassini and Ansermet solution techniques. The rationale behind this new technique has been based on computing the Cartesian coordinates of the centers of two different circles passing through two known points and the point sought and then determining the coordinates of this point from one known point using a basic geodetic determination approach. The results from this new approach have been compared with the numerical results obtained from the results of classically adjusted resection methods using angles and/or distance measurements.

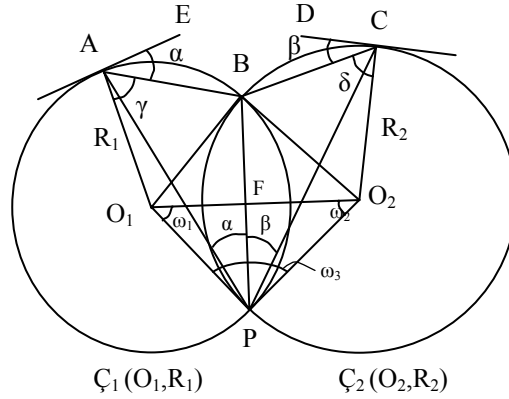
Key Words: Euclidian Geometry, Resection, Akarsu Method, Geodetic Measurement, Circle

1. GİRİŞ

Teorik ve uygulamalı jeodezi’de tanımlanmış bir dik koordinat sistemindeki nokta konum koordinatlarının belirlenmesi için mutlaka ölçülere ihtiyaç duyulur. Ölçme bir deneydir. Ölçme işi jeodezinin en temel işlevlerinden biridir. Bütün geometriler-**Öklid, Riemann, Lobaçevski, Taksi** gibi geometriler-**metrik** kavramına dayanılarak kurulmuşlardır. Bu çalışma Öklid Geometrisi metriğine dayanmaktadır. Kestirme kavramı(prediction, resection) tahmin ya da prediksyon olarak da adlandırılan, konum koordinatları bilinen noktalara dayanarak yeteri kadar doğrultu ölçülerinden hesaplanmış açılar yardımıyla yeni nokta konum koordinatlarının belirlenmesi yöntemidir. Jeodezik geriden kestirme problemi ise tanımlanmış bir dik koordinat sisteminde konum koordinatları bilinmeyen bir noktadan, konum koordinatları bilinen en az üç noktaya yapılan üç doğrultu ölçüsü yardımıyla hesaplanan iki açı kullanılarak bilinmeyen nokta konum koordinatlarının analitik olarak belirlenmesi yöntemidir. Üç noktadan daha çok noktaya doğrultu ölçüleri yapılırsa kestirme noktasının koordinatları dengelemeli olarak hesaplanır. Bu bildirinin amacı, dengelemesiz geriden kestirme probleminin çözümünde Akarsu yöntemini mantığını açıklamak, uygulamasına ait sonuçları, dengelemeli sonuçlar ile karşılaştırmaktır. Geriden kestirme probleminin önemi, Global Konum Belirleme Sistemi(GPS)’nin mantığını oluşturmaktadır. Yani yeryüzünde dört boyutlu koordinatları(3D+zaman) bilinmeyen bir alıcı noktanın zamana bağlı koordinatları, bilinen uydulara yapılan gözlemler ile geriden kestirme yöntemiyle belirlenmesidir. Geriden kestirme probleminin çok sayıda çözüm yöntemlerinden, günümüzde en çok kullanılanları, **Collins, Kaestner, Delambre, Cassini ve Ansermet** çözüm yöntemleridir. İngiliz bilim insanı, John Collins(1625-1683), 1671 yılında geriden kestirme hesabında kendi adı ile anılan çözümü; Alman matematikçi, Abraham Gotthelf Kaestner(1719-1800), 1790 yılında yayınladığı bir kitapta geriden kestirme hesabında kendi ismi ile anılan bir çözüm şeklini; Fransız astronom, Jean-Baptiste-Joseph Delambre(1749-1822); İtalyan bilim insanı, Gino Cassini(1885-1964) ve İsviçreli haritacı, M. Augusta Ansermet(1886-1976), 1912 yılında kendi ismi ile anılan geriden kestirmede çözüm yollarını bilim dünyasına sunmuşlardır(**Şerbetçi, 2000 ve 2003**). Bu yöntemlerden **Collins** çözüm yöntemi koordinatı hesaplanacak yeni nokta ve diğer iki sabit noktadan geçen bir çember tasarlanarak, koordinatı hesaplanacak nokta ile çember üzerinde olmayan üçüncü sabit noktadan geçen doğrultunun çemberi kestiği yardımcı noktadan faydalanarak çözüm üretir. **Kaestner** çözüm yöntemi ise konum koordinatları bilinen üç sabit nokta ile koordinatları bilinmeyen yeni noktanın oluşturduğu dörtgenin bilinmeyen iki iç açısının hesaplanması mantığına dayanarak çözüm üretir. **Delambre** yöntemi cep hesaplayıcılarına uygun analitik çözüm üreten bir yöntemdir. **Cassini** çözüm yöntemi bilinen iki nokta ile bilinmeyen yeni noktadan geçirilen farklı iki çember üzerinde tasarlanan ve aynı doğrultu üzerinde bulunan farklı iki yardımcı noktaya dayanarak çözüm üretir. **Ansermet** yöntemi ise ağırlık merkezi ve moment kavramlarına dayanarak çözüm üreten bir yöntemdir. Bu yöntemler uygulanırken sabit noktalar ile aranan nokta ve yardımcı noktaların aynı çember üzerinde olması durumunda, tek anlamlı çözüm elde edilemez. Bu durumda çember üzerindeki her nokta konum koordinatı hesaplanacak yeni nokta olarak alınabileceğinden, sonsuz sayıda çözüm söz konusu olur. Sonsuz çözüm üreten çember literatürde **tehlikeli çember** olarak adlandırılır.

Akarsu yönteminin(**Akarsu, 2003**) mantığı ise **çember** belirleme geometrisine dayanmaktadır. Bir çemberin geometrisi, merkezinin dik koordinatları ve merkezinden eşit uzunlukta bulunan noktaları belirleyen yarı çapı ile belirlenir. Yöntemde iki bilinen ve aranan noktadan geçen merkezleri ve yarı çapları farklı iki çember tasarlanır. Önce çemberlerin yarı çapları hesaplanır, sonra merkezlerin dik koordinatları hesaplanarak çemberler belirlenir. Problemin çözümünün olup olmadığı ise yarı çapları toplamı ile çemberlerin merkezleri arasındaki uzunluk karşılaştırılarak karar verilir. Çözüm olması durumunda, çemberlerin ortak kesim noktalarında biri bilinen, diğeri ise bilinmeyen noktadan oluşur. Çemberlerin ortak noktalardan geçen giriş uzunluğu aynı zamanda **kuvvet eksen** doğrultusu ile çıkarılır. Bu durumda kuvvet eksen çember merkezlerini birleştiren doğru parçasına dik olur. Bilinen nokta, bilinmeyen nokta ve çember merkezlerinin oluşturduğu geometrik yapı bir **deltoid** olur. Çember merkezleri ile bilinmeyen noktanın oluşturduğu üçgenin iç açıları daha kararlı bir trigonometrik fonksiyon olan tanjanthı yarım açı formülleri(**Akarsu, 1998 ve 2005**) ile hesaplanır. Bu açılar ve çember yarı çapları kullanılarak ortak giriş uzunluğu kontrollü olarak hesaplanır. Aynı şekilde ortak girişin bilinen noktasından aranan noktaya olan açıklık açısı da hesaplanır. Böylelikle problem bir **jeodezik temel hesaplama problemine** dönüştürülerek rahatlıkla yeni nokta konum koordinatları hesaplanır. Yöntemin avantajı bütün ara hesaplamalar kontrollü yapıldığından bilinen tek noktadan, aranan noktanın koordinatlarının bulunması yeterli olmaktadır. Doğrultu ve / veya kenar ölçüleriyle geriden kestirme probleminin sayısal uygulamalar bölümünde, Akarsu yöntemiyle elde edilen koordinat değerleri ile dengelemeli olarak elde edilen koordinat değerleri karşılaştırılmıştır. Sayısal uygulama 1 ve 2’de Y koordinat değerleri aynı bulunmasına karşın, X koordinat değerleri ± 2 cm kadar değişmektedir. Uygulama 3’de ise Y koordinat değeri 2 cm ve X koordinat değeri ise 1cm kadar değişmektedir. Uygulama 4, 5 ve 6’de Y koordinat değerleri (2-3) cm ve X koordinat değerleri ise (4-5) cm kadar değişmektedir. Doğrultu ölçüleriyle geriden kestirmenin dengeleme hesabı ile elde edilen koordinat değerleri ile dengelemesiz Akarsu yöntemi ile elde edilen koordinat değerleri uyumlu olmasına karşın, doğrultu ve kenar ölçüleri ile dengelemeli geriden kestirme hesabı ile bulunan koordinat değerleri ile dengelemesiz Akarsu yöntemiyle elde edilen koordinat değerleri arasındaki fark büyüktür.

2. AKARSU ÇÖZÜM YÖNTEMİNİN MANTIĞI



Şekil 1: Geriden Kestirme Problemi, Akarsu Çözüm Yönteminin şematik gösterimi.

Akarsu yöntemiyle geriden kestirme probleminin çözümüne ilişkin aşağıda çıkartılan bütün eşitlikler, Şekil 1'deki A, B ve C noktalarının dik koordinatları ve P noktasında yapılan r_A , r_B , r_C doğrultu ölçüleri kullanılarak çıkartılmıştır. P noktasındaki α ve β iç açıları, $\angle XAB$, $\angle XBC$ açıklık açıları (eğim açıları) ve $|AB|$, $|BC|$ doğru parçalarının ve R_1 , R_2 çemberlerin yarı çap uzunlukları,

$$\alpha = r_B - r_A, \quad \beta = r_C - r_B \quad (1)$$

$$\angle XAB = \arctan\left(\frac{y_b - y_a}{x_b - x_a}\right) \quad (2)$$

$$|AB| = a = \frac{y_b - y_a}{\sin(\angle XAB)} = \frac{x_b - x_a}{\cos(\angle XAB)}, \quad |R_1| = R_1 = \frac{a}{2 \sin(\alpha)} \quad (3)$$

$$\angle XBC = \arctan\left(\frac{y_c - y_b}{x_c - x_b}\right) \quad (4)$$

$$|BC| = b = \frac{y_c - y_b}{\sin(\angle XBC)} = \frac{x_c - x_b}{\cos(\angle XBC)}, \quad |R_2| = R_2 = \frac{b}{2 \sin(\beta)} \quad (5)$$

(1), (2), (3), (4) ve (5) eşitlikleri ile hesaplanır.

Jeodezide bir doğru parçasının açıklık açısı, açılan ve kapatılan parantezler içerisine doğru parçasının uç noktalarını gösteren büyük harfler yazılarak (AB), (BC), ... şeklinde gösterilir. Açıklık açılarının bu gösterim şekli, açı tanımına uygun bir gösterim değildir. Bu nedenle açıklık açısı gösterimi matematik' de ki açı tanımına uygun olarak $\angle XAB$, $\angle XBC$, ... gösterimi tercih edilmiştir (Akarsu, 2005).

Çemberde çevre açısı ve teğet- kiriş açıları arasındaki ilişkiden hareketle,

$$\angle APB = \angle BAE = \alpha$$

$$\angle BPC = \angle BCD = \beta$$

(6)

(6) eşitlikleri yazılabilir.

$\triangle AO_1B$ ve $\triangle BO_2C$ ikiz kenar üçgenlerin $\angle BAO_1 = \angle ABO_1 = \gamma$ ve $\angle BCO_2 = \angle CBO_2 = \delta$ taban açılarının hesabı, (6) eşitliklerindeki α ve β açılarının dar ve / veya geniş iç açılar olma durumları dikkate alınarak, aşağıdaki a), b), c) ve (d) seçeneklerine göre,

$$\begin{aligned} \text{a) } \alpha < 100 \text{ gon} , \beta < 100 \text{ gon iseler } \gamma &= 100 \text{ gon} - \alpha , \delta = 100 \text{ gon} - \beta \\ \text{b) } \alpha > 100 \text{ gon} , \beta > 100 \text{ gon iseler } \gamma &= \alpha - 100 \text{ gon} , \delta = \beta - 100 \text{ gon} \\ \text{c) } \alpha < 100 \text{ gon} , \beta > 100 \text{ gon iseler } \gamma &= 100 \text{ gon} - \alpha , \delta = \beta - 100 \text{ gon} \\ \text{d) } \alpha > 100 \text{ gon} , \beta < 100 \text{ gon iseler } \gamma &= \alpha - 100 \text{ gon} , \delta = 100 \text{ gon} - \beta \end{aligned} \quad (7)$$

(7) eşitsizliklerin devamındaki eşitliklerle hesaplanır.

A, B ve C noktalarından, $\mathcal{C}_1$ ve $\mathcal{C}_2$ çemberlerinin O_1 ve O_2 merkezlerine olan **açıklı açıları**,

$$\begin{aligned} \angle XAO_1 &= \angle XAB + \gamma , \angle XBO_1 = \angle XBA - \gamma \\ \angle XBO_2 &= \angle XBC + \delta , \angle XCO_2 = \angle XCB - \delta \end{aligned} \quad (8)$$

eşitlikleri ile hesaplanır.

Akarsu çözüm yöntemi **çember**, **kesişen iki çemberin kuvvet eksen**i ve **deltoid** geometrisi mantığına dayanmaktadır. Şekil 1'e göre A, B ve P noktalarından O_1 merkezli ve R_1 yarı çaplı $\mathcal{C}_1(O_1, R_1)$ ve B, C ve P noktalarından ise O_2 merkezli ve R_2 yarı çaplı $\mathcal{C}_2(O_2, R_2)$ çemberler geçtiği varsayılır. Bu çemberlerin geometrisi ancak merkezlerinin dik koordinatları ile yarı çaplarının belirlenmesiyle olanaklıdır. Çember yarı çapları (3) ve (5) eşitlikleri ile hesaplanır. $\mathcal{C}_1$ ve $\mathcal{C}_2$ çemberlerinin O_1 ve O_2 merkezlerinin dik koordinatları ise (3), (5) ve (8) eşitliklerinden üretilen veriler kullanılarak, **Temel Jeodezik Hesaplama Problemi** çözüm tekniğine göre,

$$\begin{aligned} y_{o_1} &= y_a + R_1 \sin(\angle XAO_1) = y_b + R_1 \sin(\angle XBO_1) \\ x_{o_1} &= x_a + R_1 \cos(\angle XAO_1) = x_b + R_1 \cos(\angle XBO_1) \\ y_{o_2} &= y_c + R_2 \sin(\angle XCO_2) = y_b + R_2 \sin(\angle XBO_2) \\ x_{o_2} &= x_c + R_2 \cos(\angle XCO_2) = x_b + R_2 \cos(\angle XBO_2) \end{aligned} \quad (9)$$

(9) eşitlikleri ile hesaplanır.

$$\angle XO_1O_2 = \arctan\left(\frac{y_{o_2} - y_{o_1}}{x_{o_2} - x_{o_1}}\right) \quad (10)$$

$$|O_1O_2| = c = \frac{y_{o_2} - y_{o_1}}{\sin(\angle XO_1O_2)} = \frac{x_{o_2} - x_{o_1}}{\cos(\angle XO_1O_2)} \quad (11)$$

Aynı düzlemde bulunan iki çemberin birbirine göre durumları, yarı çapları uzunlukları toplamı ile merkezleri arasındaki uzunluk kıyaslanarak belirlenir.

Şekil 1'e göre,

$$|R_1| + |R_2| > |O_1O_2| \text{ ve } \mathcal{C}_1 \cap \mathcal{C}_2 = \{BP\} \quad (12)$$

ise bu iki çember bilinen B ve aranan P noktalarında kesişirler.

Eğer (12) eşitsizlik koşulu sağlanırsa geriden kestirme probleminin tek anlamlı çözümünün varlığından söz edilir. (12) eşitsizliğinin diğer bir anlamı ise düzlem dik koordinatları ile konumları bilinen A, B ve C noktaları ile P noktasında yapılan doğrultu ve / veya kenar ölçüleriyle aynı düzlemde dik koordinatları hesaplanarak konumu belirlenmek istenen P noktasının, aynı çember üzerinde olmadığına yönelik (literatürdeki ifadesiyle tehlikeli çember üzerinde olup olmadıkları) bir ölçüt olmasıdır. Eğer (12) koşulu sağlanamazsa yani tehlikeli çember durumunda ise A, B, C ve P noktaları aynı çember üzerinde olacaklarından, P noktasının dik koordinatları için sonsuz çözüm söz konusu olur.

İki çemberin kuvvet eksen, bu çemberlere göre aynı kuvvetteki bir noktadan, çember merkezlerini birleştiren doğru parçasına indirilen dik bir doğrudur. Kuvvet eksen yarı çapı küçük olan çembere daha yakındır. Kesişen iki çemberin kuvvet eksen ise ortak kirişi taşıyan doğrudur. Şekil 1'e göre $\mathcal{C}_1$ ve $\mathcal{C}_2$ çemberlerinin ortak kesim noktalarından biri olan ve bilinen B noktası ile aranan P noktasından geçen ortak $|BP|$ kirişi, $\mathcal{C}_1$ ve $\mathcal{C}_2$ kesişen çemberlerin kuvvet eksen olmasından dolayı, $|BP| \perp |O_1O_2|$ olur. Birbirine dik iki doğru parçasının açıklık açıları tanjat trigonometrik fonksiyon değerleri çarpımı eksi bire eşittir.

$$\tan(\angle XBP) \tan(\angle XO_1O_2) = -1 \quad (13)$$

(13) eşitliğinden hareketle,

$$\angle XBP = \arctan\left(\frac{-1}{\tan(\angle XO_1O_2)}\right) \quad (14)$$

eşitliği elde edilir.

Düzlemde üç noktadan bir çember geçer. Bir çemberin geometrisinin belirleyen merkezinin dik koordinatları (9) yarı çapı ise (3) ya da (5) eşitlikleri ile hesaplanır. $\mathcal{C}_1$ ve $\mathcal{C}_2$ kesişen çemberlerin kuvvet eksen üzerindeki ortak giriş uzunluğu (10) - (20) eşitlikleri ile hesaplanır. Şekil 1'de $\mathcal{C}_1$ ve $\mathcal{C}_2$ çemberlerinin O_1 ve O_2 merkez noktaları ile bilinen B ve aranan P noktaları tarafından oluşturulan geometrik yapı bir **deltoid**dir. BO_1PO_2 deltoidinin $|O_1O_2|$ köşegeni $\angle PO_1B$ ve $\angle PO_2B$ açılarının açıortayıdır. Deltoid özelliği gereği kuvvet ekseninin bulunduğu köşelerdeki açılar birbirine eşittir. Yani, $\angle O_1BO_2 = \angle O_1PO_2$ şeklindedir.

ΔPO_1O_2 veya ΔBO_1O_2 üçgenlerine ait,

$$\begin{aligned} \angle PO_1O_2 &= \angle BO_1O_2 = \omega_1 \\ \angle PO_2O_1 &= \angle BO_2O_1 = \omega_2 \\ \angle O_1PO_2 &= \angle O_1BO_2 = \omega_3 \end{aligned} \quad (15)$$

iç açılar R_1, R_2, c kenarlarına bağlı tanjantlı yarım açı formülleri ile aşağıdaki (16) - (17) eşitlikleri ile hesaplanır ve (15) ifadesindeki açıların hesap doğruluğu ise (18) eşitliği ile kontrol edilir.

u : ΔBO_1O_2 veya ΔPO_1O_2 üçgenlerine ait **yarı çevre** uzunluğu

r : ΔBO_1O_2 veya ΔPO_1O_2 üçgenlerine ait **iç teğet çember yarı çap** uzunluğu

$$u = \frac{R_1 + R_2 + c}{2}, \quad r = \sqrt{\frac{(u - R_1)(u - R_2)(u - c)}{u}} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 2 \arctan\left(\frac{r}{u - R_2}\right) \\ \omega_2 &= 2 \arctan\left(\frac{r}{u - R_1}\right) \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \omega_3 &= 2 \arctan\left(\frac{r}{u - c}\right) \\ \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 &= 200 \text{ gon} \end{aligned} \quad (18)$$

$$|FP| = R_1 \sin(\omega_1) = R_2 \sin(\omega_2) \quad (19)$$

BO_1PO_2 deltoiddinin $|O_1O_2|$ köşegen uzunluğu, $|BP|$ köşegen uzunluğunun orta noktası F'de dik kesişirler. Bu ilke kullanılarak,

$$|BP| = 2|FP| \quad (20)$$

eşitliği yazılabilir.

B bilinen noktasından hareketle (14) ve (20) eşitlikleri de kullanılarak, P noktasının aranan dik koordinatları, Temel Jeodezik Hesaplam Problemi çözüm tekniğine göre,

$$\begin{aligned} y_p &= y_b + |BP| \sin(\angle XBP) \\ x_p &= x_b + |BP| \cos(\angle XBP) \end{aligned} \quad (21)$$

eşitlikleri ile hesaplanır.

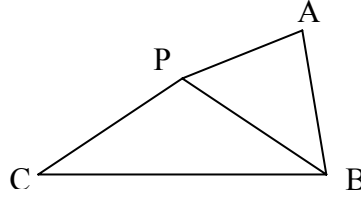
P noktası koordinatlarının doğru hesaplanıp hesaplanmadığının **kontrolü** ise

$$|BP| = \sqrt{(y_p - y_b)^2 + (x_p - x_b)^2} \quad (22)$$

eşitliği ile sağlanır.

3. SAYISAL UYGULAMALAR

3. 1 Sayısal Uygulama 1



Şekil 2: P noktasından A, B ve C noktalarına yapılan doğrultu ölçüleri geometrisi(Öztürk ve Şerbetçi, 1995, s.150).
Şekil 2, 3, ve 4 için A=27, B=34, C=39, D=32 ve P=133 kısaltmaları kullanılmıştır

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
A	27320.592	23312.451
B	28874.917	21756.765
C	27284.266	20235.390

Çizelge 1: Dik koordinatlar

D. Nok.	B. Nok	Doğr.(g)
P	A	0.0000
	B	80.90273
	C	160.68555

Çizelge 2: Doğrultu ölçüleri

Çizelge 1 ve Çizelge 2 (Öztürk ve Şerbetçi, 1995, s.150) verilerine göre P noktası koordinatlarının Akarsu yöntemine göre hesaplanması aşağıda özetlenmiştir.

$$\angle XAB = 150.02786 \text{ gon}, |BC| = a = 2199.110 \text{ m}, R_1 = 1150.954 \text{ m}$$

$$\angle XBC = 251.41693 \text{ gon}, |CD| = b = 2201.080 \text{ m}, R_2 = 1158.467 \text{ m}$$

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
O_1	27857.157	22294.221
O_2	27829.557	21257.497

Çizelge 3: Çember merkezlerinin koordinatları

$$\angle XO_1O_2 = 201.69443 \text{ gon}, |O_1O_2| = c = 1037.091 \text{ m}, \angle XBP = 301.69443 \text{ gon}$$

$$R_1 + R_2 = 2309.421 \text{ m} \rangle |O_1O_2| = 1037.091 \text{ m}, r = 319.726890 \text{ m}$$

$$\omega_1 = 70.76384 \text{ gon}, \omega_2 = 69.93970 \text{ gon}, \omega_3 = 59.29646 \text{ gon}, \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 200 \text{ gon}$$

$$|BF| = 1031.703 \text{ m}, |BP| = 2063.406 \text{ m}$$

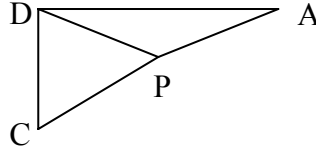
Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
P	26812.24	21811.68

Çizelge 4: P noktasının Akarsu Yöntemiyle hesaplanan koordinatları

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
P	26812.24	21811.70

Çizelge 5: P noktasının doğrultu ölçüleri dengesiyle hesaplanan koordinatları(Öztürk ve Şerbetçi, 1995, s.155).

3. 2 Sayısal Uygulama 2



Şekil 3 : P noktasından C, D ve A noktalarına yapılan doğrultu ölçüleri geometrisi(Öztürk ve Şerbetçi, 1995, s.150).

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
C	27284.266	20235.390
D	25496.384	21760.503
A	27320.592	23312.451

Çizelge 6: Dik koordinatlar

D. Nok.	B. Nok	Doğr.(g)
P	C	160.68555
	D	276.73136
	A	0.00000

Çizelge 7: Doğrultu ölçüleri

Çizelge 6 ve Çizelge 7 (Öztürk ve Şerbetçi, 1995, s.150) verilerine göre P noktası koordinatlarının Akarsu yöntemine göre hesaplanması aşağıda özetlenmiştir.

$$\angle XCD = 344.96122 \text{ gon}, |CD| = a = 2349.998 \text{ m}, R_1 = 1213.336 \text{ m}$$

$$\angle XDA = 55.12274 \text{ gon}, |DA| = b = 2395.053 \text{ m}, R_2 = 1282.225 \text{ m}$$

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
O_1	26193.949	20767.736
O_2	26111.524	22885.538

Çizelge 8: Çember merkezlerinin koordinatları

$$\angle XO_2O_1 = 197.52352 \text{ gon}, |O_1O_2| = c = 2119.405 \text{ m}, \angle XDP = 97.52352 \text{ gon}$$

$$R_1 + R_2 = 2495.561 \text{ m} \rangle |O_1O_2| = 2119.405 \text{ m}, r = 302.380767 \text{ m}$$

$$\omega_1 = 36.51654 \text{ gon}, \omega_2 = 34.33063 \text{ gon}, \omega_3 = 129.15283 \text{ gon}, \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 200 \text{ gon}$$

$$|DF| = 658.4285 \text{ m}, |CP| = 1316.857 \text{ m}$$

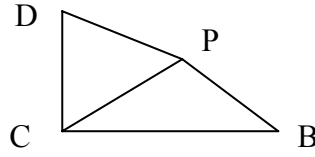
Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
P	26812.24	21811.72

Çizelge 9: P noktasının Akarsu Yöntemiyle hesaplanan koordinatları

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
P	26812.24	21811.70

Çizelge 10: P noktasının doğrultu ölçüleri dengelemesiyle hesaplanan koordinatları(Öztürk ve Şerbetçi, 1995, s.155).

3. 3 Sayısal Uygulama 3



Şekil 4 : P noktasından C, D ve B noktalarına yapılan doğrultu ölçüleri geometrisi(Öztürk ve Şerbetçi, 1995, s.150).

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
B	28874.917	21756.765
C	27284.266	20235.390
D	25496.384	21760.503

Çizelge 11: Dik koordinatlar

D. Nok.	B. Nok	Doğr.(g)
P	B	80.90273
	C	160.68555
	D	276.73136

Çizelge 12: Doğrultu ölçüleri

Çizelge 11 ve Çizelge 12 (Öztürk ve Şerbetçi, 1995, s.150) verilerine göre P noktası koordinatlarının Akarsu yöntemine göre hesaplanması aşağıda özetlenmiştir.

$$\angle XBC = 251.41693 \text{ gon}, |BC| = a = 2201.079 \text{ m}, R_1 = 1158.467 \text{ m}$$

$$\angle XCD = 344.96122 \text{ gon}, |CD| = b = 2349.998 \text{ m}, R_2 = 1213.336 \text{ m}$$

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
O_1	27829.557	21257.497
O_2	26193.948	20767.736

Çizelge 13: Çember merkezlerinin koordinatları

$$\angle XO_1O_2 = 281.47820 \text{ gon}, |O_1O_2| = c = 1707.361 \text{ m}, \angle XCP = 381.47820 \text{ gon}$$

$$R_1 + R_2 = 2371.803 \text{ m} \rangle |O_1O_2| = 1707.361 \text{ m}, r = 344.360982 \text{ m}$$

$$\omega_1 = 50.27842 \text{ gon}, \omega_2 = 47.43724 \text{ gon}, \omega_3 = 102.28434 \text{ gon}, \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 200 \text{ gon}$$

$$|CF| = 822.7345 \text{ m}, |CP| = 1645.469 \text{ m}$$

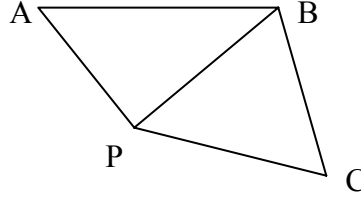
Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
P	26812.26	21811.71

Çizelge 14: P noktasının Akarsu Yöntemiyle hesaplanan koordinatları

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
P	26812.24	21811.70

Çizelge 15: P noktasının doğrultu ve kenar ölçüleri dengelemesiyle hesaplanan koordinatları(Öztürk ve Şerbetçi, 1995, s. 155).

3. 4 Sayısal Uygulama 4



Şekil 5: P noktasından A, B ve C noktalarına yapılan doğrultu ölçüleri geometrisi(Demirel, 2004, s.139).
Şekil 5, 6 ve 7 için A=58, B=59, C=65, D=63 ve P=64 kısaltmaları kullanılmıştır.

Nok. Nr.	X(m)	Y(m)
A	4416651.379	26276.455
B	4416005.539	28399.350
C	4414571.373	28162.594

Çizelge 16: Dik koordinatlar

D. Nok.	B. Nok	Doğr.(g)
P	A	0.0000
	B	87.4777
	C	134.2360

Çizelge 17: Doğrultu ölçüleri

Çizelge 16 ve Çizelge 17 (Demirel, 2004, s.139) verilerine göre P noktası koordinatlarının Akarsu yöntemine göre hesaplanması aşağıda özetlenmiştir.

$$\angle XAB = 118.80125 \text{ gon}, |AB| = a = 2218.962 \text{ m}, R_1 = 1131.296 \text{ m}$$

$$\angle XBC = 210.41555 \text{ gon}, |BC| = b = 1453.577 \text{ m}, R_2 = 1084.436 \text{ m}$$

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
O_1	4417273.552	26116.937
O_2	4417486.872	25419.548

Çizelge 18: Çember merkezlerinin koordinatları

$$\angle XO_1O_2 = 181.10220 \text{ gon}, |O_1O_2| = c = 729.285 \text{ m}, \angle XBP = 281.10220 \text{ gon}$$

$$R_1 + R_2 = 2215.732 \text{ m} \Rightarrow |O_1O_2| = 729.285 \text{ m}, r = 258.523314 \text{ m}$$

$$\omega_1 = 74.82327 \text{ gon}, \omega_2 = 82.55507 \text{ gon}, \omega_3 = 42.62166 \text{ gon}, \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 200 \text{ gon}$$

$$|BF| = 1043.975 \text{ m}, |BP| = 2087.951 \text{ m}$$

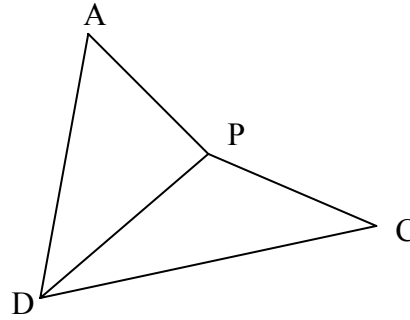
Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
P	26402.72	4415394.80

Çizelge 19: P noktasının Akarsu Yöntemiyle hesaplanan koordinatları

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
P	26402.74	4415394.75

Çizelge 20: P noktasının doğrultu ve kenar ölçüleri dengelemesiyle hesaplanan koordinatları(Demirel, 2004, s.142).

3. 5 Sayısal Uygulama 5



Şekil 6: P noktasından C, D ve A noktalarına yapılan ve kenar ölçüleri geometrisi(Demirel, 2004, s.139).

Nok. Nr.	X(m)	Y(m)
C	4414571.373	28162.594
D	4414521.577	24651.133
A	4416651.379	26276.455

Çizelge 21: Dik koordinatlar

D. Nok.	B. Nok	Doğr.(g)
P	C	134.2360
	D	276.9390
	A	0.0000

Çizelge 22: Doğrultu ölçüleri

Çizelge 21 ve Çizelge 22 (Demirel, 2004, s.139) verilerine göre P noktası koordinatlarının Akarsu yöntemine göre hesaplanması aşağıda özetlenmiştir.

$$\angle XCD = 299.09727 \text{ gon}, |AB| = a = 3511.814 \text{ m}, R_1 = 2241.568 \text{ m}$$

$$\angle XDA = 41.49827 \text{ gon}, |DA| = b = 2679.128 \text{ m}, R_2 = 1432.528 \text{ m}$$

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
O_1	4416426.620	23153.268
O_2	4415060.235	25894.447

Çizelge 23: Çember merkezlerinin koordinatları

$$\angle XO_2O_1 = 170.56144 \text{ gon}, |O_2O_1| = c = 3062.853 \text{ m}, \angle XBP = 70.56144 \text{ gon}$$

$$R_1 + R_2 = 3674.096 \text{ m} \rangle |O_2O_1| = 3062.853 \text{ m}, r = 444.903618 \text{ m}$$

$$\omega_1 = 28.76118 \text{ gon}, \omega_2 = 47.87588 \text{ gon}, \omega_3 = 123.36294 \text{ gon}, \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 200 \text{ gon}$$

$$|BF| = 978.5952 \text{ m}, |BP| = 1957.1904 \text{ m}$$

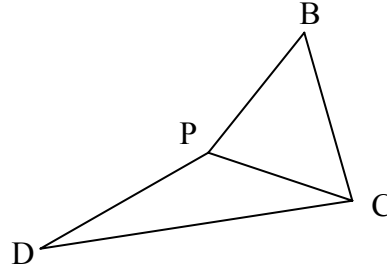
Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
P	26402.77	4415394.71

Çizelge 24: P noktasının Akarsu Yöntemiyle hesaplanan koordinatları.

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
P	26402.74	4415394.75

Çizelge 25: P noktasının doğrultu ve kenar ölçüleri dengelemesiyle hesaplanan koordinatları(Demirel, 2004, s.142).

3. 6 Sayısal Uygulama 6



Şekil 7: P noktasından B, C ve D noktalarına yapılan doğrultu ölçüleri geometrisi(Demirel, 2004, s.139).

Nok. Nr.	X(m)	Y(m)
B	4416005.539	28399.350
C	4414571.373	28162.594
D	4414521.577	24651.133

Çizelge 27: Dik koordinatlar

D. Nok.	B. Nok	Doğr.(g)
P	B	87.4777
	C	134.2360
	D	276.9390

Çizelge 28: Doğrultu ölçüleri

Çizelge 27 ve Çizelge 28 (Demirel, 2004, s.139) verilerine göre P noktası koordinatlarının Akarsu yöntemine göre hesaplanması aşağıda özetlenmiştir.

$$\angle XBC = 210.41555 \text{ gon}, |BC| = a = 1453.577 \text{ m}, R_1 = 1084.436 \text{ m}$$

$$\angle XCD = 299.09727 \text{ gon}, |CD| = b = 3511.814 \text{ m}, R_2 = 2241.568 \text{ m}$$

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
O_1	4417486.872	25419.548
O_2	4416426.620	23153.268

Çizelge 29: Çember merkezlerinin koordinatları

$$\angle XO_1O_2 = 227.85776 \text{ gon}, |O_1O_2| = c = 2502.031 \text{ m}, \angle XBP = 327.85776 \text{ gon}$$

$$R_1 + R_2 = 3326.004 \text{ m} \rangle |O_1O_2| = 2502.031 \text{ m}, r = 417.062491 \text{ m}$$

$$\omega_1 = 70.68392 \text{ gon}, \omega_2 = 28.53653 \text{ gon}, \omega_3 = 100.77955 \text{ gon}, \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = 200 \text{ gon}$$

$$|BF| = 971.4727 \text{ m}, |BP| = 1942.9454 \text{ m}$$

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
P	26402.72	4415394.71

Çizelge 30: P noktasının Akarsu Yöntemiyle hesaplanan koordinatları

Nok. Nr.	Y(m)	X(m)
P	26402.74	4415394.75

Çizelge 31: P noktasının doğrultu ve kenar ölçüleri dengesiyle hesaplanan koordinatları(Demirel, 2004, s.142).

4. SONUÇ

Doğrultu ve / veya kenar ölçüleriyle geriden kestirme probleminin Akarsu çözüm yöntemi, günümüzde kullanılan çözüm yöntemlerinden, farklı bir mantıkla çözülmüştür. Akarsu yönteminde aranan nokta koordinatları bilinen tek noktadan hareketle hesaplanmaktadır. Geliştirilen yöntemde problemin anlamlı tek çözümünün olup olmadığı da test edilmektedir. Diğer bilinen iki nokta koordinatlarının yeni nokta koordinatının belirlenmesindeki katkıları, çember geometrisinin belirlenmesi, açı ve uzunluk hesaplarına yaptıkları katkılar ile dolaylı katkı yaparlar. Sadece üç sabit noktaya yapılan doğrultu ölçüleri kullanılarak geriden kestirme probleminin Akarsu yöntemiyle üretilen koordinat değerleri, aynı noktadan dört sabit noktaya yapılan doğrultu ölçüleriyle dengeleme hesabıyla üretilen koordinat değerleri, çizelge 4, 5, 9 ve 10 görüldüğü gibi Y değerleri aynı, X değerler ise ± 2 cm kadar farklı olmaktadır. Çizelge 14 ve 15' de görüldüğü gibi Y değeri 2 cm, X değeri ise 1 cm kadar farklı olmaktadır. Sayısal uygulama 4, 5 ve 6' da görülen doğrultu ve kenar ölçülerinden dengelemeli olarak üretilen koordinat değerleri ile aynı noktanın sadece üç doğrultu ölçülerinden hareketle Akarsu yöntemine göre üretilen koordinat değerleri çizelge 19, 20, 24, 25, 30 ve 31 görüldüğü gibi bu farklar biraz artmaktadır.

AÇIKLAMA:

Bu çalışmamı 21.02.2005 tarihinde vefat eden, ülkemizde jeodezinin gelişmesine önemli katkıları olan saygıdeğer bilim insanı merhum Prof. Dr. Muzaffer Şerbetçi hocama ithaf ediyorum.
O, jeodezi tepesinde bir çamdı.
O, sevenleri ve jeodezi bilim dünyasının kalbinde çam ağacı gibi hep yeşil kalacak.
Onun, Ruhunda güneş açsın ve Ruhu şad olsun.

KAYNAKLAR

Akarsu V., 2005. Düzlem Trigonometri, Ders Notları, Zonguldak Karaelmas Üniversitesi, Zonguldak Meslek Yüksekokulu, Zonguldak.

Akarsu V., 2005. Ölçme Bilgisi I, III Ders Notları, Zonguldak Karaelmas Üniversitesi, Zonguldak Meslek Yüksekokulu, Zonguldak.

Akarsu V., 2003. Geometrik Geriden Kestirme Probleminin(GGKP) Çözümünde Yeni Bir Yöntem, Türkiye Ulusal Jeodezi Komisyonu(TUJK) 2003 Yılı Bilimsel Toplantısı, Coğrafi Bilgi Sistemleri (CBS) ve Jeodezik Ağlar Çalıştayı, 24-26 Eylül, 203-208, Konya.

Akarsu V., 1998. Düzlem Üçgende Açı Teoremleri, II. Kızılırmak Uluslararası Fen Bilimleri Kongresi Matematik, 20-22 Mayıs, Kırıkkale.

Demirel H., 2004. Dengeleme Hesabı, Sayfa: 139-143, YTÜ İnşaat Fakültesi Yayını, Sayı: **İN.JFM-2003.003**, İstanbul.

Öztürk E., Şerbetçi M., 1995. Dengeleme Hesabı, Cilt II, 2. Baskı, Sayfa: 150-155, KTÜ Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Trabzon.

Şerbetçi M., 2003. Haritacılık Bilimi Tarihi, 2. Baskı, YTÜ İnşaat Fakültesi Yayını, Sayı: **İN.JFM-03-001**, İstanbul.

Şerbetçi M., 2000. Harita Bilim Tarihinde Biyografiler, YTÜ İnşaat Fakültesi Yayını, Sayı: **İN.JFM-99.002**, İstanbul.