**Sürekli Gözlem Yapan Referans İstasyonlarının Oluşturduğu Ağların Robustluğu**

**Mevlüt Yetkin1,\*, Mustafa Berber2, Cevat İnal3**

*1İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi, Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, 35620, İzmir.*

*2Florida Atlantik Üniversitesi, Mühendislik ve Bilgisayar Bilimi Koleji, İnşaat, Çevre ve Geomatik Mühendisliği Bölümü, 33431, Boca Raton, Florida, ABD.*

*3Selçuk Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, 42250, Konya.*

*Özet*

*Baarda`nın klasik güvenirlik analizi ve gerilme tabanlı geometrik güç analizinin bir birleşimi olan robustluk analizi tekniği ile naksimum belirlenemeyen hataların etkisi sanal bir deformasyon olarak ele alınıp jeodezik ağların kalitesi değerlendirilmektedir. Bahsedilen etki gerilme değişmezleri adı verilen deformasyon tanımlayıcıları ile yorumlanabilir. İstastistiksel olarak robustluk uyuşumsuz ölçülere karşı duyarsızlık olarak tanımlanmaktadır. Kaba hatalara veya sistematik etkilere karşı robust ağlar pek çok geomatik mühendisliği uygulamasının daha doğru ve güvenilir bir şekilde gerçekleştirilmesi için gereklidir. Geleneksel olarak robustluk analizinde Baarda`nın güvenirlik ölçütlerini kullanarak ağda sadece bir adet belirlenemeyen hata olduğu varsayımı yapılmaktadır. Oysa özellikle nokta ve gözlem sayısı arttıkça daha fazla belirlenemeyen hata olabileceği açıktır. Bu nedenle bir ağın birden çok belirlenemeyen hataya karşı nasıl bir direnç göstereceği bilinmelidir. Bunun için robustluk analizinde çoklu uyuşumsuz ölçüler için genelleştirilen güvenirlik ölçütleri kullanılmalıdır. Bu çalışmada 6 adet sürekli gözlem yapan referans istasyonundan oluşan bir ağın robustluk analizi çoklu uyuşumsuz ölçüler için hesaplanan dış güvenirlik ölçütü kullanılarak yapılmıştır. Belirlenemeyen hata sayısı 1, 2 ve 3 kabul edilerek ağ noktalarına ait gerilme değişmezleri hesaplanmıştır. Yapılan sayısal uygulama ile belirlenemeyen hata sayısı arttıkça gerilme değişmezlerinin daha büyük değerler aldığı diğer bir deyişle ağın daha fazla deformasyona uğradığı gösterilmiştir.*

Anahtar Sözcükler

Robustluk, Maksimum Belirlenemeyen Hata, Dış Güvenirlik, GPS Ağları, Sanal Deformasyon

**1. Giriş**

Jeodezik ağlar kurulup gerekli ölçüler yapıldıktan sonra istasyon noktalarının koordinatları En Küçük Kareler Yöntemi (EKKY) adı verilen istatistiksel bir araç ile tahmin edilmektedir. Gözlemleri sadece normal dağılımlı rasgele hataların etkilediğini varsayarak EKKY ile dengeleme hesabı yapıldıktan sonra ağın kalitesi hata elipsoitleri gibi çeşitli duyarlık (presizyon) ölçütleri ile değerlendirilmektedir. Rasgele hatalardan başka jeodezik gözlemleri kaba hatalarda etkileyebilmektedir. Bu durumda global test ve data snooping olmak üzere iki aşamalı olarak kullanılan Baarda yöntemi gibi çeşitli uyuşumsuz ölçü testlerinden yararlanılabilir. Ancak Baarda´nın data snooping yöntemi ile her zaman kaba hatalar belirlenemeyebilir. Bunun iki sebebi vardır: 1) bir gözlemin diğer gözlemler tarafından yeterince kontrol edilmemesi; ve, 2) testin kaba hatayı fark etmemesi (Berber 2006). Belirlenemeyen kaba hatalara karşı ağın kalitesi ise geleneksel olarak güvenirlik ölçütleri ile değerlendirilmektedir. Güvenirlik ölçütleri iç ve dış güvenirlik ölçütleri olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Ağdaki her bir gözlem için data snooping yöntemi ile belirlenemeyen kaba hataların en büyük değeri iç güvenirlik analizi ile hesaplanmaktadır. Belirlenemeyen en büyük kaba hataların ağ sonuçları üzerindeki etkisi ise dış güvenirlik ölçütü ile değerlendirilmektedir (Baarda 1968; Kuang 1996). Dış güvenirlik gözlem uzayından ziyade parametre uzayındaki iç güvenirlik ölçütü olarak tanımlanabilir. Dış güvenirlik ölçütünün ağın datumuna bağımlı olmasının dışında yorumlanması güçtür. Buna karşılık istatistiksel temellere dayalı geleneksel güvenirlik analizi, geometrik güç analizi ile geliştirilebilir. Bunun sonucunda elde edilen yöntem robustluk analizi olarak adlandırılmaktadır (Vaníček ve ark. 2001).

Rasgele hatalar normal dağılımı standart sapma yönünden etkilerken belirlenemeyen küçük kaba hatalar veya sistematik hatalar ise ötelemeye (bias) yol açmaktadır. İşte bir jeodezik ağda gözlemlerin dağılımında bir bias meydana gelmişse bu biasın ağ sonuçları üzerindeki etkisi robustluk analizi ile belirlenebilmektedir. Robustluk analizi datum kısıtlamalarından etkilenmez ve sadece ağ geometrisi ile gözlemlerin doğruluğuna göre ağın robustluğu hakkında bilgi verir. Robustluk istatistiksel olarak uyuşumsuzlara göre duyarsızlık olarak tanımlanmaktadır (Berber ve ark. 2008).

İstatistiksel kavramlar olan doğruluk ve duyarlık (presizyon, kesinlik) sıklıkla birbirleri ile karıştırılmaktadır. Kaba hatalar ile sistematik hatalar doğruluk üzerinde bir etkiye sahip iken yapılmaları kaçınılmaz olan rasgele hatalar duyarlık üzerinde etkilidir. Diğer bir deyişle bir ölçümün kesin değere yakınlığı anlamına gelen doğruluk ölçüm sonuçlarının birbirine yakınlığını, aynı şartlarda yapılan ölçümlerin aynı sonucu verme derecesini ifade eden duyarlık ise bir ölçümün tekrarlanabilirliğini gösterir. Bir ağda sadece rasgele hatalar söz konusu ise doğruluk ve duyarlık terimleri birbirinin yerine kullanılabilir (Kuang 1996). Robust kestirim veya uyuşumsuz ölçü testleri ile ağın doğruluğu arttırılmaya çalışılırken güvenirlik ve robustluk analizi ile ağın doğruluk derecesi yorumlanmaya çalışılır. Ağın duyarlığı ise presizyon ölçütleri ile ölçülür.

Robustluk analizi ile ağdaki her bir nokta için gerilme değişmezleri hesaplanır. Gerilme değişmezlerinin değerleri ne kadar küçük ise ağın ilgili noktada o kadar robust olduğu yorumu yapılır. Bir jeodezik ağda üç çeşit gerilme değişmezi vardır: dilatasyon değişmezi $\left(Σ\right)$, diferansiyel dönme değişmezi $\left(Ω\right)$ ve maksimum kesme gerilmesi $\left(M\right)$. Bunlar sırasıyla ölçekteki, yönelmedeki ve konfigürasyondaki robustluğu temsil eder (Vaníček ve ark. 2008). Fiziksel bir objenin deformasyonu geometrik olarak ölçek, yönelme ve konfigürasyondaki deformasyon ile yorumlandığı için robustluk analizi de bu ölçütleri kullanmaktadır. Çünkü robustluk analizi belirlenemeyen hataların ağ üzerindeki etkisini sanal bir deformasyon olarak ele almaktadır.

Teknolojinin gelişimine paralel olarak klasik ağların yerini GPS ağları almaktadır. Sürekli gözlem yapan referans ağlarından oluşan ağlar gittikçe önem kazanmaktadır. Ülkemizde de CORS-TR ağı haritacılık sektöründe hizmet vermektedir. Bu çalışmanın amaçlarından birisi bu tür ağların robustluğunu değerlendirmektir. Öte yandan klasik olarak robustluk analizi ağda sadece bir tane belirlenemeyen kaba hata olduğu varsayılarak yapılmaktadır. Diğer bir deyişle ağın sadece bir tane hataya karşı robustluğu değerlendirilmektedir. Oysa özellikle veri sayısı arttıkça belirlenemeyen hata sayısının da artacağı açıktır. Öyleyse ağın çoklu hatalara karşı robustluğu belirlenmelidir. Bu durumda robustluk analizinde gerilme matrisinin elde edilmesinde klasik güvenirlik ölçütleri yerine Knight ve ark. (2010) tarafından sunulan çoklu uyuşumsuz ölçüler için genelleştirilmiş güvenirlik ölçütleri kullanılmalıdır (Yetkin 2012; Yetkin ve Berber 2013).

Bu çalışmada CORS istasyonlarından oluşan bir ağın belirlenemeyen hata sayısı 1, 2 ve 3 kabul edilerek robustluk analizi yapılmış ve elde edilen gerilme değişmezleri birbirleri ile karşılaştırılmıştır. Hata sayısı arttıkça robustluk analizi ile elde edilen gerilme değişmezleri değerleri büyümektedir. Yani hata sayısı arttıkça ağ bunlardan daha fazla etkilenmekte ve bu yüzden gerilme değişmezleri daha büyük olmaktadır. Robustluk analizi bunu ortaya koyabildiği için ağ kalitesini değerlendirmede güçlü bir yöntemdir. Teorik olarak bir ağın mümkün olduğunca çok sayıda belirlenemeyen hataya karşı robust olması istenir. Pratikte ise kullandığımız ağın kaç tane belirlenemeyen hataya karşı robust olduğunu bilmek önemlidir. Bu çalışma ile CORS ağları gibi GPS ağlarında bu noktaya işaret edilmeye çalışılmıştır.

**2. Çoklu Uyuşumsuz Ölçüler için Robustluk Analizi**

Baarda (1968) ile geliştirilen güvenirlik teorisinin Rayleigh- Ritz teoremine dayalı olarak çoklu uyuşumsuz ölçülere genelleştirilmesi konusu Knight ve ark. (2010) tarafından incelenmiştir. Yetkin ve Berber (2013) ise robustluk analizini çoklu uyuşumsuz ölçüler durumunda gerçekleştirerek öteleme değerlerinin belirlenemeyen hata sayısı arttıkça daha büyük değerler aldığını göstermiştir.

Bir jeodezik ağda dış güvenirlik ölçütü değerleri

$(λ\_{0}σ\_{0}^{2}\left(H^{T}PQ\_{v}PH\right)^{-1}H^{T}PA\left(A^{T}PA\right)^{-1}×c\_{t}^{T}c\_{t}\left(A^{T}PA\right)^{-1}A^{T}PH)$ (1)

bağıntısıyla verilen bir özdeğer probleminin çözümünden elde edilir. Burada n ölçü sayısı ve u bilinmeyen sayısı olmak üzere **P** nxn boyutlu ağırlık matrisi; **A** nxu boyutlu tasarım matrisi ve $Q\_{v}$ nxn boyutlu düzeltmelerin kofaktör matrisidir. $θ$ uyuşumsuz ölçü sayısı olmak üzere **H** nx$θ$ boyutlu uyuşumsuz ölçüler tasarım matrisidir. Bu matrisin elemanları her bir sütunda bir adet uyuşumsuz ölçüye karşılık olarak 1 olmak üzere 0'lardan oluşmaktadır. $c\_{t}$ise1xu boyutlu bir vektör olup *k.* parametreye (nokta koordinatı gibi) karşılık gelen elemanı 1 diğer elemanları ise 0'dır. Belli bir *k* parametresinin dış güvenirlik ölçütü maksimum özdeğer $λ\_{max}$ yardımıyla

$Δx\_{k}=\sqrt{λ\_{max}}$ (2)

eşitliği ile elde edilir. Bütün parametreler için hesaplanan değerler tek bir dış güvenirlik vektöründe toplanır. Bu vektör $∆y\_{0}^{θ}$ şeklinde gösterilebilir. Çoklu uyuşumsuz ölçüler için genelleştirilmiş güvenirlik ölçütleri hakkında daha fazla bilgi için Knight ve ark. (2010)´a başvurulabilir.

$P\_{i}$ noktası ile ona gözlemlerle bağlı diğer noktaları kapsayan bir lokal öteleme alanı robustluk analizinde dış güvenirlik ölçütü yardımıyla tanımlanmaktadır. Ağın robustluğunu ölçmek için ağdaki noktaların ötelemelerinin deformasyon derecesi gerilmeyle ölçülmesi gerekmektedir. GPS ağları gibi üç boyutlu ağlarda Berber (2006) bir $P\_{i}$ noktasının ötelemesini

$∆x\_{i}=\left[\begin{matrix}∆x\_{i}\\∆y\_{i}\\∆z\_{i}\end{matrix}\right]=\left[\begin{matrix}u\_{i}\\v\_{i}\\w\_{i}\end{matrix}\right]$ (3)

şeklinde vermiştir. $u\_{i}$, x yönündeki ötelemeyi; $v\_{i}$, y yönündeki ötelemeyi ve $w\_{i}$, z yönündeki ötelemeyi ifade etmektedir.

Buradan konuma göre tensör gradyanı

$E\_{i}=\left[\begin{matrix}\frac{∂u\_{i}}{∂x}&\frac{∂u\_{i}}{∂y}&\frac{∂u\_{i}}{∂z}\\\frac{∂v\_{i}}{∂x}&\frac{∂v\_{i}}{∂y}&\frac{∂v\_{i}}{∂z}\\\frac{∂w\_{i}}{∂x}&\frac{∂w\_{i}}{∂y}&\frac{∂w\_{i}}{∂z}\end{matrix}\right]$ (4)

şeklinde yazılabilir. $E\_{i}$ ağdaki bir $P\_{i}$ noktasına ait gerilme matrisidir.

t bağlantı sayısı olmak üzere $P\_{j}$ noktaları $\left(j=0,1,2,…,t\right)$ ile $P\_{i}=P\_{0}$ noktasının tanımladığı öteleme alanınında u,v ve w ötelemeleri aşağıdaki gibi hesaplanabilir (Berber 2006 ve Berber ve ark. 2009):

$\begin{matrix}a\_{i}+\frac{∂u\_{i}}{∂x}\left(X\_{j}-X\_{i}\right)+\frac{∂u\_{i}}{∂y}\left(Y\_{j}-Y\_{i}\right)+\frac{∂u\_{i}}{∂z}\left(Z\_{j}-Z\_{i}\right)=u\_{j}\\b\_{i}+\frac{∂v\_{i}}{∂x}\left(X\_{j}-X\_{i}\right)+\frac{∂v\_{i}}{∂y}\left(Y\_{j}-Y\_{i}\right)+\frac{∂v\_{i}}{∂z}\left(Z\_{j}-Z\_{i}\right)=v\_{j}\\c\_{i}+\frac{∂w\_{i}}{∂x}\left(X\_{j}-X\_{i}\right)+\frac{∂w\_{i}}{∂y}\left(Y\_{j}-Y\_{i}\right)+\frac{∂w\_{i}}{∂z}\left(Z\_{j}-Z\_{i}\right)=w\_{j}\end{matrix}$ (5)

Buradaki bütün kısmi türevler ve $a\_{i}, b\_{i}, c\_{i}$ mutlak terimleri ile $X\_{i}, Y\_{i}, Z\_{i}$ noktaların üç boyutlu kartezyen koordinat değerleri ilgilenilen $P\_{i}$ noktası ile ilgilidir. Ağdaki her bir nokta için (5)´den matris formunda

$K\_{i}\left[\begin{matrix}a\_{i}\\\begin{matrix}\frac{∂u\_{i}}{∂x}\\\begin{matrix}\frac{∂u\_{i}}{∂y}\\\frac{∂u\_{i}}{∂z}\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right]=u\_{i}, K\_{i}\left[\begin{matrix}b\_{i}\\\begin{matrix}\frac{∂v\_{i}}{∂x}\\\begin{matrix}\frac{∂v\_{i}}{∂y}\\\frac{∂v\_{i}}{∂z}\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right]=v\_{i}, K\_{i}\left[\begin{matrix}c\_{i}\\\begin{matrix}\frac{∂w\_{i}}{∂x}\\\begin{matrix}\frac{∂w\_{i}}{∂y}\\\frac{∂w\_{i}}{∂z}\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right]=w\_{i}$ (6)

eşitlikleri yazılabilir. $K\_{i}$ üç boyutlu ağlarda $\left(t+1\right)×4$ boyutlu bir matristir ve $K\_{i}=\left[\begin{matrix}\begin{matrix}1&\left(X\_{j}-X\_{i}\right)&\left(Y\_{j}-Y\_{i}\right)\end{matrix}&\left(Z\_{j}-Z\_{i}\right)\end{matrix}\right]$ şeklinde gösterilmektedir. (6) ile verilen denklemlerin EKKY ile çözülmesi ile

$\left[\begin{matrix}a\_{i}\\\begin{matrix}\frac{∂u\_{i}}{∂x}\\\frac{∂u\_{i}}{∂y}\\\frac{∂u\_{i}}{∂z}\end{matrix}\end{matrix}\right]=\left(K\_{i}^{T}K\_{i}\right)^{-1}K\_{i}^{T}u\_{i}=Q\_{i}u\_{i}, \left[\begin{matrix}b\_{i}\\\begin{matrix}\frac{∂v\_{i}}{∂x}\\\frac{∂v\_{i}}{∂y}\\\frac{∂v\_{i}}{∂z}\end{matrix}\end{matrix}\right]=\left(K\_{i}^{T}K\_{i}\right)^{-1}K\_{i}^{T}v\_{i}=Q\_{i}, \left[\begin{matrix}c\_{i}\\\frac{∂w\_{i}}{∂x}\\\begin{matrix}\frac{∂w\_{i}}{∂y}\\\frac{∂w\_{i}}{∂z}\end{matrix}\end{matrix}\right]=\left(K\_{i}^{T}K\_{i}\right)^{-1}K\_{i}^{T}w\_{i}=Q\_{i}w\_{i}v\_{i}$ (7)

eşitliklerine ulaşılmaktadır. Her üç eşitliğin aşağıdaki gibi bir hiper-matris olarak birleştirilmesi ile

 $\left[\begin{matrix}a\_{i}\\\begin{matrix}\frac{∂u\_{i}}{∂x}\\\frac{∂u\_{i}}{∂y}\\\begin{matrix}\frac{∂u\_{i}}{∂z}\\b\_{i}\\\begin{matrix}\frac{∂v\_{i}}{∂x}\\\frac{∂v\_{i}}{∂y}\\\frac{∂v\_{i}}{∂z}\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\\\begin{matrix}c\_{i}\\\begin{matrix}\frac{∂w\_{i}}{∂x}\\\frac{∂w\_{i}}{∂y}\end{matrix}\\\frac{∂w\_{i}}{∂z}\end{matrix}\end{matrix}\right]=\left[\begin{matrix}Q\_{i}&0&0\\0&Q\_{i}&0\\0&0&Q\_{i}\end{matrix}\right]\left[\begin{matrix}u\_{i}\\v\_{i}\\w\_{i}\end{matrix}\right]$ (8)

eşitliği elde edilmektedir. $u\_{i}, v\_{i}$ ve $w\_{i}$ ötelemeleri (2) eşitliği ile hesaplanan dış güvenirlik ölçütü vektörünün, analizi yapılan nokta ile bu noktaya gözlemler ile bağlı diğer noktalara ilişkin elemanlarıdır. Öteleme vektörü ile gerilme matrisi arasındaki ilişkiyle ilgilendiğimiz için burada mutlak terimlere gerek yoktur. Bu nedenle $Q\_{i}$ matrisinin ilk satırı silinirse $T\_{i}$ indirgenmiş matris olmak üzere bir *i* noktasının gerilme vektörü (dolayısıyla matrisi)

$vek\left(E\_{i}\right)=T\_{i}∆y\_{0}^{θ}$ (9)

eşitliği ile hesaplanır (Yetkin 2012; Yetkin ve Berber 2013).

* 1. **Gerilme Değişmezleri**

Dış güvenirlik ölçütünün en önemli dezavantajlarından birisi ağın datumuna bağlı olmasıdır. Bu yüzden gerilme tekniğine dayalı robustluk analizi yöntemi kullanılmalıdır. Benzer şekilde robustluk analizinde de bir koordinat sisteminin ölçek, öteleme ve dönüklüğünden etkilenmeyen ölçütler kullanılmalıdır. Bunlara gerilme değişmezleri adı verilmektedir. Berber (2006) ve Vaníček ve ark. (2008) iki boyutlu ağlarda saf kesme ve basit kesme hariç diğer bütün robustluk ölçütlerinin değişmez olduğunu göstermişlerdir. Bununla birlikte üç boyutlu ağlarda iki boyutlu ağlardan farklı olarak toplam kesmenin ağ datumuna bağlı olduğu gösterilmiştir. Bu nedenle hem 2 boyutlu ağlarda hem de 3 boyutlu ağlarda değişmez olan maksimum kesme gerilmesinin tanımı yapılmıştır.

Gerilme değişmezlerinin kullanılmasının nedeni robustluk analizi sonuçlarının sadece ağ şekli ve gözlem doğruluğuna bağlı olarak elde edilmesini sağlamaktır.

3 boyutlu ağlar için geliştirilen gerilme değişmezleri aşağıda açıklanmıştır.

**Dilatasyon**

Dilatasyon bir alandaki büyüme veya küçülmeyi ifade eder. Dolayısıyla ölçekteki deformasyon tanımlanmış olur.

Doğrusal bir değişmez olan dilatasyon değişmezi

$Σ=\frac{1}{3}\left(2σ+σ\_{3}\right)$ (10)

eşitliği ile hesaplanır. İki boyutlu dilatasyon $σ$

$σ=\frac{1}{2}\left(σ\_{1}+σ\_{2}\right)$ (11)

eşitliği ile hesaplanır. Burada $σ\_{1}=\frac{∂u}{∂x}, σ\_{2}=\frac{∂v}{∂y} ve σ\_{3}=\frac{∂w}{∂z}$´dir.

**Diferansiyel Dönme**

Diferansiyel dönme bir noktadaki burulma olup dönüklükteki robustluğu verir.

Diferansiyel dönme değişmezi ikinci dereceden (kuadratik) bir değişmezdir. 3 boyutlu ağlar için

$Ω=\sqrt{ω\_{xy}^{2}+ω\_{xz}^{2}+ω\_{yz}^{2}}$ (12)

ifadesi kullanılabilir. $ω$ 2 boyutlu diferansiyel dönme değişmezidir (Formüller için Berber ve ark. 2008 veya Yetkin 2012’ ye bakınız).

**Toplam Kesme**

Şekildeki robustluğu ifade eden toplam kesme saf kesme ve basit kesmenin geometrik normudur. Saf kesme deformasyonu bir kareyi dikdörtgene dönüştürür. Basit kesme ise bir dikdörtgenin eşkenar dörtgene dönüşmesidir.

3 boyutlu ağlarda toplam kesme

$Γ=\sqrt{γ\_{xy}^{2}+γ\_{xz}^{2}+γ\_{yz}^{2}}$ (13)

eşitliği ile hesaplanır. $γ$ 2 boyutlu toplam kesme değişmezidir (Formüller için Berber ve ark. 2008 veya Yetkin 2012’ ye bakınız). $Γ$´nın değişmez olmadığı Berber (2006)´da gösterilmiştir. Bu nedenle üçüncü gerilme değişmezi olarak maksimum kesme gerilmesi M sunulmuştur:

Gerilme matrisi **E** aşağıda verilen basit işlemlerle **S** simetrik ve **A** asimetrik olmak üzere iki kısma ayrılabilir:

$S=\frac{1}{2}\left(E+E^{T}\right)$(14)

$A=\frac{1}{2}\left(E-E^{T}\right)$(15)

Simetrik kısım bir noktadaki dilatasyon ile kesme deformasyonunu tanımlarken asimetrik kısım burulmayı tanımlamaktadır.

3 boyutlu ağlarda **S** matrisinin özdeğerlerinin değişmez olduğu bilinmektedir. **S** pozitif tanımlı bir matris olduğu için özdeğerlerinin hepsi pozitif ve reeldir. Özdeğerler $Λ\_{1}$ en büyük öteleme ve $Λ\_{3}$ en küçük öteleme olacak şekilde tanımlanıp $Λ=\left(Λ\_{1},Λ\_{2},Λ\_{3}\right)^{T}$ olarak sıralanırsa maksimum kesme gerilmesi

$M=Λ\_{1}-Λ\_{3}$ (16)

eşitliği ile elde edilir. 2 boyutlu ağlarda ise maksimum kesme gerilmesi

$μ=λ\_{1}-λ\_{2}$ (17)

eşitliğinden gelir (Vaníček ve ark. 2008). Deformasyon tanımlayıcıları olarak da adlandırılan gerilme değişmezleri Şekil 1’de gösterilmiştir.



*Şekil 1: Deformasyon Tanımlayıcıları (Berber ve ark. 2008; Yetkin 2012)*

* 1. **Robustluk Analizi İşlem Adımları**

Robustluk analizi bir jeodezik ağa çoklu uyuşumsuz ölçüler durumunda aşağıdaki işlem adımlarına göre uygulanabilir:

1. Belli bir parametreye karşılık gelen dış güvenirlik değeri hesaplanır ve dış güvenirlik vektörü oluşturulur.
2. Her bir nokta için sırasıyla $K\_{i}$, $Q\_{i}$ ve $T\_{i}$ matrisleri oluşturulur.
3. Her bir nokta için gerilme matrisi $E\_{i}$ elde edilir.
4. $E\_{i}$ gerilme matrisinden bir noktaya ait gerilme değişmezleri hesaplanır.
5. Hesaplamalar belirli bir $θ$ değeri için **H** matrisinin $\left(\begin{matrix}n\\θ\end{matrix}\right)$ kombinasyonu kadar yapılır.
6. Bir noktada farklı kombinasyonlar sonucu elde edilen en büyük gerilme değişmezleri deformasyon tanımlayıcılar olarak alınır.

**3. Sayısal Uygulama**

Bu uygulamada robustluk analizi 6 adet sürekli gözlem yapan referans istasyonlarından oluşan bir ağa belirlenemeyen hataların sayısı arttıkça robustluk analizi ile elde edilen gerilme değişmezlerinin değerlerinin büyüdüğünü göstermek için uygulanmıştır (Yetkin 2012). Söz konusu GPS ağı üç boyutlu bir ağdır ve ağ hakkında daha fazla bilgi Snow (2002)’de bulunabilir.

İlk olarak belirlenemeyen hatalı ölçü sayısı 1 kabul edilip (**H** matrisi $θ=1$ şeklinde oluşturulmaktadır) ağın robustluk analizi yapılmış ve elde edilen gerilme değişmezleri Tablo 1’de 2. satırda gösterilmiştir.

*Tablo 1: Gerilme değişmezleri (ppm)*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| $$Σ$$ | $$Ω$$ | M |
| 0.010 | 0.021 | 0.038 |
| 0.018 | 0.080 | 0.090 |
| 0.022 | 0.088 | 0.103 |

Ağın bütün noktaları birbirlerine gözlemlerle bağlı olduğu için-diğer bir deyişle GPS ağında ölçülmemiş baz yok- gerilme değişmezleri bütün noktalarda aynı olmaktadır. Bu durumda geometrik güç analizi (**T** matrisinin elde edilmesi) ve dış güvenirlik ölçütleri aynı olduğu için gerilme matrisi ve dolayısıyla elde edilen gerilme değişmezleri bütün noktalarda aynı çıkmaktadır.

Belirlenemeyen hata sayısı 2 kabul edilip ağın robustluk analizi yapılırsa elde edilen gerilme değişmezleri Tablo 1’de 3. satırda verilmiştir. Bu durumda **H** matrisi $θ=2$ olacak şekilde oluşturulmaktadır.

Tablo 1’in 2. ve 3. satırları dikkatle incelenirse gerilme değişmezlerinin ikinci durumda daha büyük çıktığı görülebilir. Belirlenemeyen hata sayısı arttığı için ağ daha fazla deformasyona uğramış ve robustluk analizi bunu ortaya koyabilmiştir.

Belirlenemeyen hata sayısı bu kez 3 kabul edilip (**H** matrisinin oluşturulmasında$θ=3$ kabul edilmiştir) robustluk analizi yapılırsa elde edilen gerilme değişmezleri Tablo 1’de 4. satırda verilmiştir.

Tablo 1’in 4. satırında görüldüğü üzere ağ en fazla deformasyona üçüncü durumda uğramaktadır. O halde belirlenemeyen hata sayısı arttıkça ağda daha büyük deformasyonlar oluşmaktadır. Robustluk analizi bunu ortaya koyabildiği için güçlü bir tekniktir yorumu yapılabilir.

**4. Sonuçlar**

Gözlemlerdeki hatalar genel olarak rasgele hatalar ve sistematik hatalar olarak sınıflandırılmaktadır. Jeodezik ağlarda rasgele hatalar için duyarlık ölçütleri kullanılmaktadır. Rasgele hatalı gözlemler gerçek değer civarında normal dağılıma uyarlar. Sistematik hatalar ise gözlemlerin dağılımında bir ötelemeye (bias) yol açarlar. Belirlenemeyen küçük kaba hatalar da benzer bir etkiye sahiptir. Bu nedenle parametrelerin kestirim değerlerinde de bir öteleme meydana gelmektedir. Söz konusu öteleme ne kadar küçük ise doğrulukta o derece yüksektir. Ağı etkileyen bir kaba hata veya sistematik bias olması durumunda ağın doğruluğu robustluk analizi ile değerlendirilir. Bu durum hem klasik yöntemlerle ölçülen ağlar için hem de GNSS ağları için geçerlidir. Gözlemlerdeki kaba hatalar ile sistematik biaslara ağın vereceği tepkiyi ölçen ve ağın datumundan bağımsız bir şekilde sadece ağ geometrisi ile gözlem doğruluğuna bağlı sonuçlar veren robustluk analizi istatisatiksel bir yaklaşım olan güvenirlik analizi ile geometrik güç analizinin bir birleşimidir. Gerilme tekniğinde tamamen geometrik bir deformasyon yorumu yapılmaktadır. Bu noktada kaba hata veya sistematik biasların ağda sanal bir deformasyona neden olduğu kabul edilir. Deformasyon ölçek, konfigürasyon ve yönelmedeki değişiklik olarak tanımlanabilir. Bu nedenle en az 3 tane gerilme değişmezine ihtiyaç duyulmaktadır.

Bu çalışmada GPS ağları gibi 3 boyutlu ağların robustluk analizi konusu ele alınmıştır. Gerilme matrisinin ve ardından gerilme değişmezlerinin hesaplanması açıklanmıştır. Çoklu uyuşumsuz ölçüler durumunda dış güvenirlik ölçütünün hesaplanması üzerinde durulmuş ve bu ölçütleri kullanarak sürekli gözlem yapan referans istasyonlarından oluşan gerçek bir ağın robustluk analizi yapılmıştır. Yapılan sayısal uygulama bir ağda belirlenemeyen hata sayısı arttıkça direncin azaldığını göstermiştir. Belirlenemeyen hata sayısı arttıkça hesaplanan gerilme değişmezleri daha büyük çıkmaktadır. Diğer bir deyişle ağ daha fazla deformasyona uğramaktadır. Bu olumsuz durum robustluk analizi ile ortaya konabilmektedir.

 Çoklu uyuşumsuz ölçüler durumunda robustluk analizini bir ağa uygularken ağda kaç tane belirlenemeyen hata olduğunu tahmin etmek oldukça güçtür. Burada gerçekçi bir yaklaşım sağlamak gereklidir. Öte yanda, bir ağ ne kadar çok sayıda belirlenemeyen hataya karşı robust ise o oranda kaliteli bir ağdır. Bu durumda karşımıza bir optimal tasarım problemi çıkar. Ekonomi kriterleri de göz önünde tutularak amaçlarımız doğrultusunda belirli sayıda belirlenemeyen hataya karşı robust ağlar tasarlanabilir.

Bu bildiride yapılan sayısal uygulamada GPS ağının robustluk analizi yapılırken 3 boyut ele alınmıştır. Bununla birlikte 4. boyut olan zaman boyutu başka bir çalışmada ele alınabilir.

**Teşekkür**

Birinci yazar, TÜBİTAK 2214 yurt dışı araştırma bursu (doktora öğrencileri için) kapsamında ABD’nin Florida Atlantik Üniversitesine araştırmalar yapmak üzere gitmiştir. Bildiri çalışması İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü tarafından desteklenmiştir. Söz konusu kurumlara teşekkür ederiz.

**Kaynaklar**

Baarda W., (1968), *A testing procedure for use in geodetic networks,* Netherlands Geodetic Commision, Publications on Geodesy, New Series, Vol:2, No:5, Delft, Netherlands.

Berber M., (2006), *Robustness analysis of geodetic networks,* Doktora Tezi, *University of New Brunswick, Department of Geodesy and Geomatics Engineering*, Technical Report No. 242, Fredericton, NB, Canada.

Berber M., Vaníček P. and Dare P., (2008), *Fundamentals of robustness analysis,* Shaker-Publishing BV, Maastricht, Netherlands.

Berber M., Vaníček P. and Dare P., (2009), *Robustness analysis of 3D networks,* Journal of Geodynamics, 47(1):1-8.

Knight N.L., Wang J. and Rizos C., (2010), *Generalised measures of reliability for multiple outliers,* Journal of Geodesy, 84,625-635.

Kuang S., (1996), *Geodetic network analysis and optimal design: concepts and applications,* Ann Arbor Press, Ann Arbor, MI.

Snow K.B., (2002), *Applications of parameter estimation and hypothesis testing to GPS network adjustments,* Doktora Tezi, Ohio State University, Geodetic and GeoInformatic Science, Department of Civil and Environmental Engineering and Geodetic Science, Columbus, OH, Report No. 465.

Vaníček P., Craymer M. R. and Krakiwsky E.J., (2001), *Robustness analysis of geodetic horizontal networks,* Journal of Geodesy, 75,199-209.

Vaníček P., Grafarend E. and Berber M., (2008), *Short note: strain invariants*, Journal of Geodesy, 82,263-268.

Yetkin M., (2012), *GNSS gözlemlerinin robust kestirim ve robustluk analizi yöntemleriyle değerlendirilmesi üzerine bir inceleme,* Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.

Yetkin M. and Berber M., (2013), *Robustness analysis using the measure of extermal reliability for multiple outliers,* Survey Review, doi: 10.1179/1752270612Y.0000000026.