

TÜRKİYE’DE BÜYÜK VE ORTA ÖLÇEKLİ HARİTA YAPIMINDA KULLANILAN PROJEKSİYON SİSTEMLERİ

İbrahim Öztuğ Bildirici

Selçuk Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Harita Mühendisliği Bölümü Selçuklu Konya, bildirici@selcuk.edu.tr

Özet

Türkiye’de 1:5000 ve daha büyük ölçekli harita çalışmaları Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği’ne göre, orta ölçekli topografik harita çalışmaları (1:25 000-1:250 000 ölçek aralığı) ise Harita Genel Komutanlığı kurum içi yönergelerine göre yapılmaktadır. Hem büyük hem de orta ölçekli harita çalışmalarında konform transversal silindirik bir projeksiyon olan Gauss-Krüger Projeksiyonu farklı standartlarda kullanılmaktadır. Bu çalışmada bu projeksiyonun ve uygulamalarının ayrıntıları tartışılacaktır.

Anahtar Sözcükler

Harita projeksiyonu, Gauss-Krüger projeksiyonu, UTM, harita yapımı, deformasyonlar

Abstract

In Turkey large-scale mapping activities have been performed according to specific official regulations. The medium scale map production (from 25K to 250K) is undertaken by General Command of Mapping in terms of in-house regulations. In both activities Gauss-Krüger Projection with different implementations has been used. In this paper this projection and its usage in Turkey will be discussed.

Keywords

Map projection, Gauss-Krüger projection, UTM, Map Production, Distortions

1. Giriş

Üç boyutlu yeryüzünün düzleme aktarılmasında belli bir referans yüzeyi kabulü ile harita projeksiyonlarının kullanılması zorunludur. Yeryüzündeki bir noktanın harita düzlemine aktarılmasındaki ilk aşama, noktanın yüzey normali doğrultusunda referans yüzeyine aktarılmasıdır. İkinci aşamada referans yüzeyindeki nokta, harita projeksiyonu fonksiyonları yardımıyla düzleme aktarılır. Bu bağlamda harita projeksiyonu, referans yüzeyi üzerinde tanımlı bir eğri koordinat sistemini düzlemdeki kutupsal ya da dik bir koordinat sistemine aktaran iki fonksiyonla ifade edilir. Dolayısı ile bir koordinat dönüşüm işlemidir.

Yeryüzü için referans yüzeyi olarak küre ya da elipsoit kullanılır. Bu kapalı yüzeylerin değişime uğramadan düzleme aktarılması geometrik olarak mümkün olmadığından orijinal yüzeyden düzleme geçişte alan, açı ve uzunluk deformasyonları ortaya çıkar. Harita projeksiyonları bu büyüklüklerden birini belli koşullar altında düzleme değişmeden aktarabilecek şekilde tanımlanabilirler. Bu bağlamda alan, açı ve uzunluk koruyan projeksiyonlardan söz edilir.

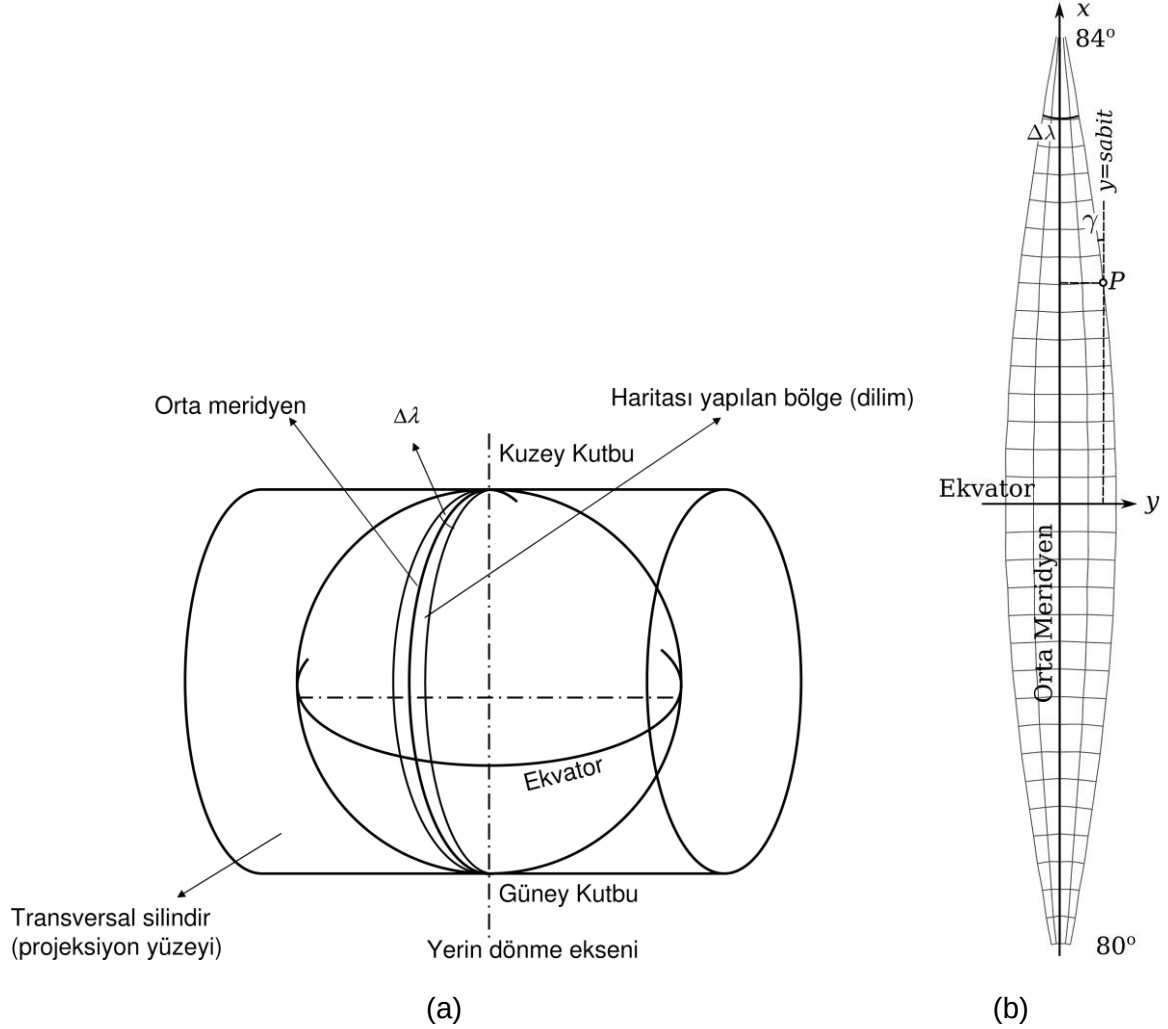
Türkiye’de büyük ve orta ölçekli harita çalışmalarında transversal konumlu açı koruyan silindirik bir projeksiyon olan Gauss-Krüger Projeksiyonu referans yüzeyi elipsoit kabul edilerek iki farklı standart ile kullanılır. Bu çalışmada Türkiye’de harita çalışmalarında kullanımı yönetmelik ve yönergelerle yasal olarak zorunlu olan Gauss-Krüger/TM ve UTM projeksiyon sistemlerinin özellikleri, yol açtıkları deformasyonlar ile birlikte tartışılacaktır. Özellikle dilimlerin sınırında uzunluk deformasyonu nedeniyle ölçülen ve koordinatlardan hesaplanan kenarlar arasında farklar olduğu bilinen bir gerçektir. Bu farklarda yüksekliğin de belirgin bir etkisi vardır.

Uygulamacı meslektaşlarımız tarafından zaman zaman bu iki projeksiyon sisteminin iyi anlaşılmasından kaynaklanan güçlükler dile getirilmektedir. Bu çalışmanın bir amacı da bu projeksiyonlar hakkında bir değerlendirmeyi meslektaşlarımıza sunmaktır.

2. Materyal ve Metot

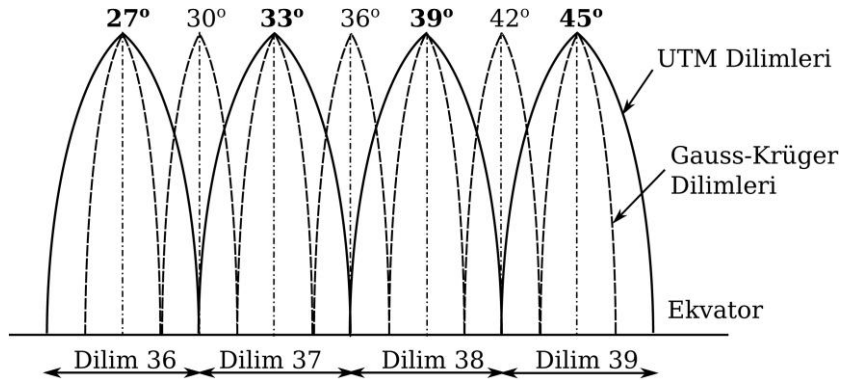
Gauss-Krüger ya da Transverse Mercator (TM) olarak da adlandırılan projeksiyon, çok tanınan Merkator Projeksiyonu’nun referans yüzeyi elipsoit alınarak transversal konumda uygulanışından başka bir şey değildir. Seçilen bir orta meridyen boyunca elipsoide teğet bir silindire izdüşüm yapılır. Orta meridyenden uzaklaştıkça artan deformasyonlar nedeniyle orta meridyenin yakın çevresinde dilimler halinde uygulanır (Şekil 1). Türkiye’de aynı matematiksel temelde iki farklı şekilde uygulaması vardır. 2005 yılında yayınlanan Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği’ne göre yapılan çalışmalarda (1:5000 ve daha büyük ölçekli harita çalışmaları) referans yüzeyi GRS80 elipsoidi alınarak 3° dilimler halinde uygulanır (Madde 10, HKMO, 2008). Yönetmelikte projeksiyon Transverse Merkator olarak isimlendirilmiştir. Bu nedenle bu sistem bundan sonra TM olarak anılacaktır. Burada düzlem dik koordinat sistemi orta meridyenin ve ekvatorun izdüşümüne çakışık alınır (Şekil 1). Dilim genişliği fazla olmadığından koordinatlarda bir küçültme faktörü kullanılmaz. Orta meridyenin batısında negatif koordinatlardan kaçınmak için sağa koordinat değerlerine

(y koordinatı) 500 000m toplanır. Orta ölçekli harita çalışmalarında (1:25000 - 1:250 000) ise aynı zamanda bir NATO standardı olan UTM sistemi kullanılır. UTM sistemi aynı projeksiyonu temel alır. Referans yüzeyi WGS84 elipsoidi kabul edilir. Yeryüzü 6° genişliğinde 60 dilime ayrılmış ve 180° Batı meridyeninden itibaren dilimler numaralanmıştır. Sistem 84°Kuzey-80°Güney paralelleri arasında kullanılır. Orta meridyenden uzaklaştıkça artan uzunluk deformasyonunu dengelemek için, düzlem koordinatlar bir küçültme faktörü ile çarpılır ($m_0 = 0.9996$) diğer özellikleri 3° lik sistemle aynıdır.



Şekil 1: a) Transversal Silindire İzdüşüm: Gauss-Krüger Projeksiyonu b) Bir dilimde düzlem Koordinat Sistemi

TM dilimleri (3° dilimler) UTM dilimleri ile uyumlu olarak seçilmişlerdir. Türkiye’yi kapsayan dilimler şematik olarak Şekil 2’de verilmektedir.



UTM dilim numarası ve her iki sistemde orta meridyen değerleri bir noktanın boylamından hesaplanabilir. UTM dilim numarası ve orta meridyen bağıntıları:

$$DN = \text{int}\left(\frac{\lambda}{6}\right) + 31 \quad (1)$$

$$\lambda_0 = 6 \text{int}\left(\frac{\lambda}{6}\right) + 3$$

TM sisteminde orta meridyen:

$$\lambda_0 = 3 \text{int}\left(\frac{\lambda + 1.5}{3}\right) \quad (2)$$

Elipsoitten düzleme projeksiyonlar ile ilgili hesaplamalar yapabilmek için elipsoit yüzeyi ile ilgili parametrelerin belirlenmesi gerekir. Bu çalışmada enlem φ , boylam λ ile gösterilecektir (coğrafi koordinatlar).

Dönel elipsoit ekvator yarıçapı ve kutup yarıçapı (a ve b) ile iki parametre ile belirlenir. Uygulamada elipsoidi belirleyen parametre çiftlerinden birinin doğrusal (uzunluk) diğeri oransal (basıklık ya da dış merkezlik) olması seri açılımlarında kolaylık sağladığı için tercih edilir. Basıklık (f), birinci ve ikinci dışmerkezlik (e^2, e'^2) büyüklükleri ile elipsoit yarıçapları arasındaki ilişkiler aşağıdaki gibidir (Demirel ve Üstün, 2013, Grossman 1976, sayısal değerler için Ek 1'e bakınız).

$$f = \frac{a - b}{a} \quad (3)$$

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (4)$$

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (5)$$

Kutup eğrilik yarıçapı:

$$c = \frac{a^2}{b} \quad (6)$$

Kısaltmalar:

$$\eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi \quad (7)$$

$$t = \tan \varphi \quad (8)$$

Meridyene dik (çapraz) eğrilik yarıçapı:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}} = \frac{c}{\sqrt{1 - e'^2 \cos^2 \varphi}} \quad (9)$$

Ekvator'dan φ enlemine kadar meridyen yay uzunluğu¹ (Katsayılar için Ek 1'e bakınız):

$$G = \alpha \varphi - \beta \sin 2\varphi + \gamma \sin 4\varphi - \delta \sin 6\varphi + \dots \quad (10)$$

Enlem'den yay uzunluğu iki aşamalı olarak bulunur.

$$\sigma = \frac{G}{\alpha} \quad (11)$$

$$\varphi = \sigma + \bar{\beta} \sin 2\sigma + \bar{\gamma} \sin 4\sigma + \bar{\delta} \sin 6\sigma$$

Coğrafi koordinatlardan yalnız Gauss-Krüger koordinatlarının hesaplanması için dilim orta meridyeninin bilinmesi gerekir. $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$ olmak üzere bağıntılar:

$$y = N \left\{ \Delta\lambda \cos \varphi + \frac{\Delta\lambda^3 \cos^3 \varphi}{6} (1 - t^2 + \eta^2) + \frac{\Delta\lambda^5 \cos^5 \varphi}{120} (5 - 18t^2 + t^4) + \dots \right\} \quad (12)$$

$$x = G + N \left\{ \frac{\Delta\lambda^2}{2} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{\Delta\lambda^4}{24} \sin \varphi \cos^3 \varphi (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) + \dots \right\} \quad (13)$$

TM sisteminde koordinatlar:

¹ Açısal büyüklükler birimsiz (radyan) olarak verilmektedir.

$$x_{TM} = x$$

$$y_{TM} = y + 500000m$$

UTM koordinatlarında ölçek faktörü kullanılır ($m_0 = 0.9996$).

$$x_{UTM} = m_0 x$$

$$y_{UTM} = m_0 y + 500000m$$

Bir nokta etrafında oluşan diferansiyel ölçek aşağıdaki bağıntı ile hesaplanır.

$$m = 1 + \frac{1}{2} \cos^2 \varphi (1 + \eta^2) \Delta\lambda^2 + \frac{1}{24} \cos^4 \varphi (5 - 4\eta^2 + 14\eta^2 + 13\eta^4 - 28\eta^2 \eta^2) \Delta\lambda^4 + \dots$$

UTM sisteminde diferansiyel ölçek,

$$m_{UTM} = m_0 m$$

biçiminde hesaplanır.

Burada ölçek faktörü oluşan uzunluk deformasyonunu dengelemek için kullanılmaktadır. Bu değer yaklaşık olarak ekvator üzerinde $\Delta\lambda = 1^\circ 30'$ için oluşan diferansiyel ölçeğin tersidir. UTM sisteminde orta meridyen üzerinde diferansiyel ölçek 1 yerine 0.9996 olur. Bu yolla dilim kenarlarına doğru artan diferansiyel ölçek dengelenmeye çalışılmıştır. Bu durumda orta meridyen boyunca uzunluk korunmaz. Orta meridyene göre doğuda ve batıda simetrik olarak uzunluk korunan birer çizgi oluşur. Kürenin projeksiyonunda iki meridyen boyunca ölçek korunur ve bu durum kesen silindir olarak yorumlanabilir. Ancak bu durum elipsoit için geometrik olarak doğru değildir. Bazı kaynaklarda yer alan bu yöndeki yorumlar elipsoit yüzeyi için yanlıştır.

Meridyen yakınsama açısı bir noktada meridyen doğrultusu ile $y=sabit$ doğrusu arasındaki açıdır (Şekil 1).

$$\gamma = \sin \varphi \Delta\lambda + \sin \varphi \cos^2 \varphi (1 + 3\eta^2 + 2\eta^4) \frac{\Delta\lambda^3}{3} + \dots$$

3. Araştırma

Bu bölümde Gauss-Krüger projeksiyonunun iki uygulamasında ölçek değişimi ve meridyen yakınsamasının bir dilim içinde ulaştığı en büyük değerler irdelenecektir. Bu amaçla 1° enlem farkları Türkiye’nin yer aldığı bölgede dilim sınırında diferansiyel ölçek ve meridyen yakınsama açıları hesaplanmıştır. Tablo 1’ de TM (3°), tablo 2’de ise UTM (6°) sistemlerine ait değerler görülmektedir.

Tablo 1: 3° lik Sistemde Diferansiyel Ölçek ve Meridyen Yakınsama Değerleri

φ°	$\Delta\lambda^\circ$	x (m)	y (m)	m	m_{ppm}	γ°
35	1.5	3875621.182	636937.651	1.000231	231	0.8604
36	1.5	3986583.437	635250.349	1.000225	225	0.8818
37	1.5	4097562.962	633521.752	1.000220	220	0.9028
38	1.5	4208559.947	631752.370	1.000214	214	0.9236
39	1.5	4319574.561	629942.727	1.000208	208	0.9441
40	1.5	4430606.952	628093.359	1.000202	202	0.9643
41	1.5	4541657.245	626204.814	1.000196	196	0.9842
42	1.5	4652725.547	624277.654	1.000190	190	1.0038

Tablo 2: UTM Sisteminde Diferansiyel Ölçek ve Meridyen Yakınsama Değerleri

φ°	$\Delta\lambda^\circ$	x (m)	y (m)	m	m_{ppm}	γ°
35	3	3877156.690	773598.097	1.000924	924	1.7214
36	3	3988111.961	770221.371	1.000902	902	1.7640
37	3	4099080.692	766762.121	1.000878	878	1.8061
38	3	4210063.033	763221.377	1.000855	855	1.8476
39	3	4321059.116	759600.193	1.000832	832	1.8886
40	3	4432069.056	755899.649	1.000808	808	1.9289
41	3	4543092.954	752120.849	1.000784	784	1.9687
42	3	4654130.891	748264.921	1.000760	760	2.0079

Tablo değerlerinden görüldüğü gibi diferansiyel ölçek güneye doğru, meridyen yakınsama açısı ise kuzeye doğru artmaktadır. Diferansiyel ölçeğin büyük ölçekli harita çalışmalarının yürütüldüğü TM sisteminde aldığı maksimum değerler enleme bağlı olarak 190-231 ppm arasındadır. Bunun anlamı projeksiyonun bu bölgede 1000m uzunluğunda bir kenarda 19-23 cm uzunluk artışına yol açmasıdır. Arazide ölçülen yatay kenarlara yüksekliğin de etkisi düşünüldüğünde ölçülen ve koordinatlardan hesaplanan yatay kenarlar arasında dikkate değer bir farklılık oluşacaktır. Topografinin ölçeğe etkisi projeksiyon etkisi ile ters yönlüdür.

4.Sonuç

Bu çalışmada Türkiye’de büyük ve orta ölçekli harita çalışmalarında iki farklı standartta kullanılan Gauss-Krüger sistemi ele alınmış, sistemin özellikleri ve projeksiyondan kaynaklanan ölçek değişimi ve meridyen yakınsaması büyüklükleri irdelenmiştir. Yapılan irdeme yatay kenarlarda 200ppm civarında bir artışı göstermektedir. Bu durum ölçülen kenarlarda projeksiyon ve yükseklik nedeniyle yapılan indirgemenin önemini ortaya koymaktadır.

Kaynaklar

- HKMO (2008) *Açıklamalı-Örnekleme Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği*, Ankara
- Demirel, H., Üstün, A. (2013) *Matematiksel Jeodezi, Basılmamış Ders Notu*, <http://atlas.selcuk.edu.tr/1205429/dokumanlar/jeodezi2013.pdf>
- Grossman, W. (1976). *Geodatische Rechnungen und Abbildungen in der Landesvermessungen*, 3. Auflage. Konrad Wittwer, Stuttgart.

Ek 1: Elipsoit Büyüklükleri

Tablo 1.1: Elipsoit Boyutları

Parametre	Bessel	Uluslararası (Hayford)	GRS80
a	6377397.155m	6378388m	6378137m
b	6356078.9628m	6356911.9461m	6356752.3141m
c	6398786.8481m	6399936.6081m	6399593.6259m
E	521013.1390m	522976.0871m	521854.0097m
$1/f$	299.1528128	297	298.257222101
e^2	0.006 674 372 232	0.006 722 670 022	0.006 694 380 023
e'^2	0.006 719 218 799	0.006 768 170 197	0.006 739 496 775
n	0.001 674 184 801	0.001 686 340 641	0.001 679 220 395

Tablo 1.2: Meridyen Yay Uzunluğu Katsayıları

Katsayı	Bessel	Ulusl. (Hayford)	Ref. Sistem 1980
α	6366742.519 78 m	6367654.50006 m	6367449.14577 m
β	15988.63922 m	16107.03468 m	16038.50874 m
γ	16.72996 m	16.97621 m	16.83261 m
δ	0.02178 m	0.02227 m	0.02198 m
ε	0.00003 m	0.00003 m	0.00003 m
$\bar{\beta}$	0.002 511 273 350	0.002 529 506 915	0.002 518 826 597
$\bar{\gamma}$	0.000 003 678 786	0.000 003 732 401	0.000 003 700 949
$\bar{\delta}$	0.000 000 007 381	0.000 000 007 543	0.000 000 007 448
$\bar{\varepsilon}$	0.000 000 000 017	0.000 000 000 017	0.000 000 000 017