

GPS UYDULARININ YÖRÜNGE HAREKETİNE MÜDAHALE ve KULLANICIYA ETKİSİ

Mehmet Güven KOÇAK

ÖZET:

Uçuş yüksekliğine bağlı olarak yerin çekim alanında hareket eden uydulara çeşitli kuvvetler etki eder. Bu kuvvetlere maruz bir uydunun yörüngesi, yer etrafındaki hareketi sırasında periyodik ve seküler olarak değişim gösterir. Uydu yükselme düğüm noktasının ekvator düzleminde batıya doğru lineer hareketi ile uydunun yörüngedeki hızının lineer olarak azalması seküler değişime birer örnektir. Böyle bir durumda uydu veya uyduların oluşturduğu sistemin güvenilirliği ve sürekliliği için uydu yörünge hareketine müdahale etmek gerekmektedir. GPS için de böyle bir durum söz konusudur ve bu zorunlu müdahale, sistemi işleten ana kontrol istasyonunca belirli aralıklarla yerine getirilmektedir. Bu çalışmada; genel olarak uydu hareketi, GPS uydularına etki eden kuvvetlerin ne olduğu ve bu etkilerin maksimum değerleri, yörünge manevrasının zamanı ve manevraya alınan uydunun hangisi olduğu gibi kullanıcıyı doğrudan ilgilendiren bilgilerin nereden temin edilebileceği ile müdahale sırasında devre dışı kalan uydudan gözlem alınamaması sonucu doğruluk kriterinin değişimi ele alınacaktır.

1. GİRİŞ

Kepler, 17. Yüzyılın başlarında formüle ettiği ve bugün kendi adıyla anılan üç yasa ile gezegenlerin güneş etrafındaki yörünge hareketlerini açıkladı. Bu, güneşin çekim alanı içinde hareket eden gök cisimlerinin, verilen bir zamanda konumlarının önceden hesaplanmasına olanak sağlayan bir gelişmeydi. Kepler Yasalarının güneş sistemi içinde uygulanmasındaki tek istisna Merkür'ün perihel (peri: Yunanca yakın, helios: Yunanca güneş dolayısıyla güneşe en yakın nokta) hareketidir. Einstein'ın Genel Görelilik Kuramı'ndan yararlanılmak suretiyle söz konusu hareket açıklığa kavuşturulabildi.

Yer etrafında uydu hareketleri ele alındığında Kepler Kanunları anlamını yitirmez. Burada tek fark, güneş yerine yer ve yer yerine de uyduyu koymaktan ibarettir. Bu yasaların uygulanması, uydu jeodezisi ve astronomide sıkça karşılaşılan Kepler Problemi olarak bilinir ve çözümü için aşağıdaki kabuller yapılır:

1. İki cisim söz konusudur. İki cisimden birinin kütlesi, diğ erinden kat kat fazladır.

2. Merkezi cisim, homojen bir kütle dağılımına sahiptir ve/veya yoğunlukları kendi içinde sabit katmanlardan oluşmuştur.

3. Merkezi cisim etrafında hareket eden cisme merkezi cisim tarafından uygulanan çekim kuvvetinden başka bir kuvvet etki etmez.

Yukarıdaki üç kabul ile problem tek anlamlı olarak çözülür. Ancak bulunan çözüm gerçek değil yaklaşık bir çözümdür. Birincisi; yeryuvarı homojen bir kütle dağılımı yapısında değildir. İlk yaklaşımda dinamik basıklığa (J2) sahiptir. Sadece bu özelliği, uydu hareketinin zamanla bozunuma uğrayacağı fikrini verir. Uyduyu yerin etrafında hareket ettiren yerçekimi kuvvetidir ve bu, hareketin büyük çoğunluğundan sorumludur. İkincisi; yer etrafında hareket eden uyduya uçuş yüksekliğine bağlı olarak yerçekiminden başka kuvvetler de etki eder. Bu kuvvetler, konservatif ve konservatif olmayan kuvvetler olarak ikiye ayrılır. Bir cisim tarafından bu cismin sınırları dışında ve cismin özellikleri sonucu ortaya çıkan kuvvet potansiyeli V ile gösterilirse ve V , fiziksel jeodeziden de bilinen Laplace diferansiyel denklemi

$$\Delta V=0 \quad (1)$$

sağlıyorsa söz konusu kuvvet konservatif kuvvet olarak adlandırılır. Kütle çekimi sonucu ortaya çıkan kuvvet (1) eşitliğini sağlar. Konservatif kuvvetin fizikteki anlamı; söz konusu kuvvet sonucu oluşan enerji şeklinin bir başka enerji şekline dönüşemeyeceğidir. Uydu hareketini etkileyen konservatif olmayan kuvvetlere örnek güneş radyasyon basıncı ile atmosferik sürtünme sonucu ortaya çıkan kuvvetlerdir.

Tablo 1, Kepler Probleminin çözümüyle elde edilen yaklaşık çözümden sapmaya neden olan kuvvet bileşenlerini, bu kuvvetler sonucu GPS uydularının ivmesindeki değişim ve sapma miktarlarını vermektedir.

Sapmaya neden olan kuvvetİvme [m/s ²]		Sapma [m]	
		3 saat sonra	2 gün sonra
Dinamik basıklık (J2)	5.10 ⁻⁵	~2000	~14000
Diğer harmonik katsayılar	7.10 ⁻⁵	5-80	100-1500
Ayın çekim etkisi	5.10 ⁻⁶		4000
Güneşin çekim etkisi	2.10 ⁻⁶	5-150	1500
Venüsün çekim etkisi	3.10 ⁻¹⁰	-	0.1
Gel-gitler:			
Karasal	2.10 ⁻⁹	-	0.5-1.0
Okyanus	1.10 ⁻⁹	-	0.0-2.0
Atmosferik sürtünme	-	-	-
Işınım basıncı:			
Doğrudan	1.10 ⁻⁷	5-10	100-800
Dünyadan yansıyan	2.10 ⁻⁹	-	1.0-1.5
Kızılötesi ışınım	1.10 ⁻⁸	0.5	30-50
Rölativistik etki	3.10 ⁻¹⁰	-	~0.3

Tablo 1. Bozucu kuvvetlerin GPS uydu yörüngelerine etkisi [Heck, 1998]

Uydu jeodezisinde büyük önem arz eden yörünge belirlemede bütün bu bozucu etkilerin, amaçlanan doğruluğa bağlı olarak modellenmesi gerekir. Modelleme için jeodezide inersiyal konum ve mutlak yerçekimi ivmesi belirleme gibi uygulamaların temelini teşkil eden ve uydu hareketinin matematiksel olarak ifadesinin de yapıtaşını oluşturan Newton'un 2. Aksiyomundan yararlanılır:

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \vec{X} \quad (2)$$

burada

m: kütle,

$\vec{X}$: m kütleli noktasal cismin (uydu) t zamanındaki ivmesi veya

konum vektörünün inersiyal zamana göre ikinci dereceden türevi

$\vec{F}_i$: cisme etki eden i kuvveti vektörüdür.

(2) eşitliğinin çözümü bir t zamanında uydunun konumunun belirlenmesi anlamına gelir. Uydunun konum vektörüne ulaşabilmek için ilgili eşitliğin iki kez integre edilmesi gerektiği açıktır:

$$\vec{X}(t_0+dt) = \vec{X}(t_0) + \vec{X}(t_0)dt + \frac{1}{2} \vec{X}(t_0) dt^2 \quad (3)$$

Yukarıdaki eşitlikten de görüleceği üzere integrasyon sonucu iki adet serbest parametre vektörü ortaya çıkmaktadır. Bunlar t0 zamanında uydunun yer ve hız vektörüdür. Bu problem uydu jeodezisinde başlangıç değer problemi olarak adlandırılır ve biraz değiştirilmek suretiyle sayısal integrasyon yöntemlerine altlık oluşturur (Şekil 1). Bir başka yöntem, uydunun t1 ve t2 zamanlarındaki konum vektörlerinin verilerek herhangi t zamanında konum vektörünün arandığı sınır değer problemidir (Şekil 2). Bilgisayar ortamında programlanması daha kolay olan başlangıç değer problemi yanında sınır değer probleminin uydu jeodezisinde yörünge belirleme için uygulaması daha azdır.

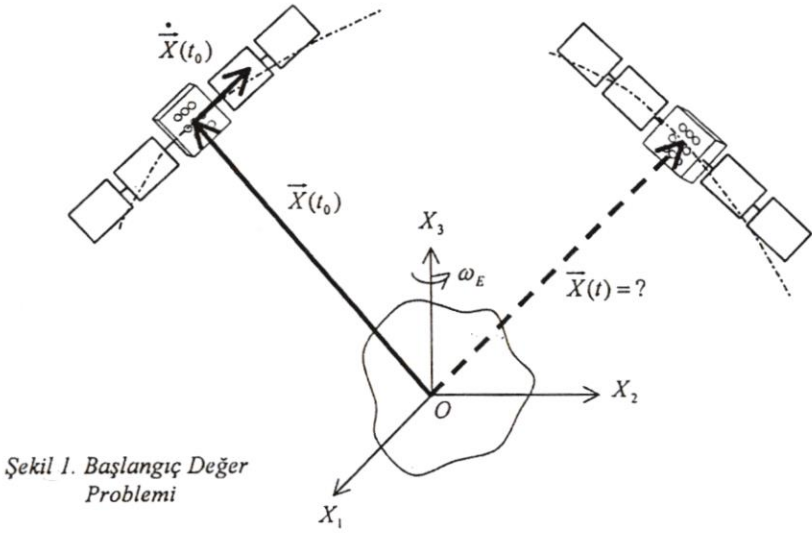
2. KEPLER PROBLEMİ

Aşağıda Kepler Probleminin çözümü kısaca ele alınacaktır. Çözümde takip edilen yol Heck [1998]'den alınmıştır. Şekil 3 Kepler'in kullandığı parametre takımını göstermektedir ve parametreler kendisi tarafından isimlendirilmiştir. Bugün de aynı isimler kullanılmaktadır.

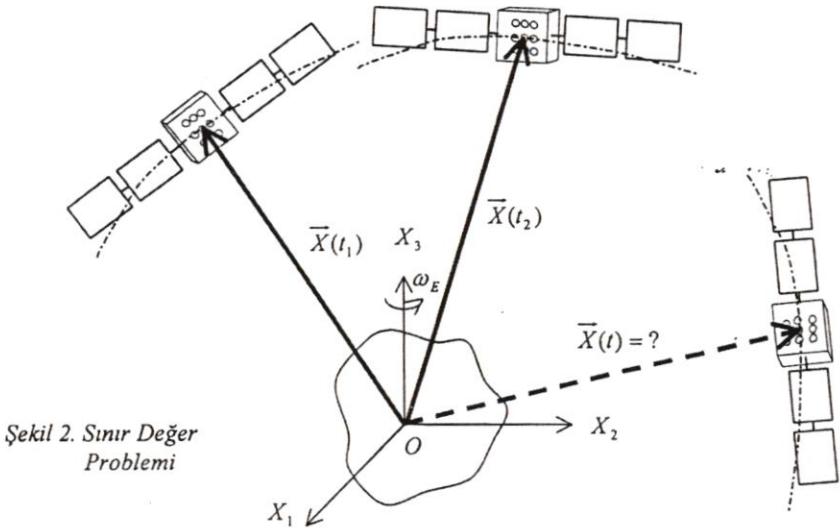
(2) eşitliği Kepler Problemi için yazılırsa

$$m \ddot{\vec{X}} = -G \frac{mM_E}{\|\vec{X}\|^2} \frac{\vec{X}}{\|\vec{X}\|} \quad (4)$$

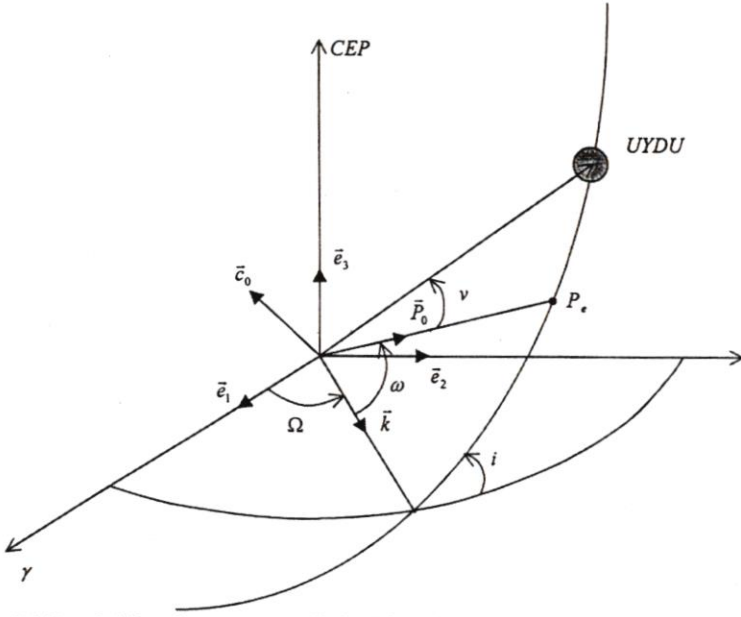
$$\ddot{\vec{X}} = -G \frac{mM_E}{\|\vec{X}\|^2} \frac{\vec{X}}{\|\vec{X}\|} \quad (5)$$



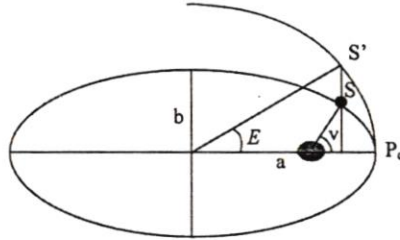
Şekil 1. Başlangıç Değer Problemi



Şekil 2. Sınır Değer Problemi



Şekil 3a. Gök koordinat sistemi ve Kepler Elemanları



Şekil 3b. Yörünge düzlemi

elde edilir. Burada

G : Yerçekimi sabitini,

M_E : Yervuvarının kütlesini,

$\|\vec{X}\|$: $\vec{X}$ 'in normunu göstermektedir.

(5) eşitliği soldan konum vektörü $\vec{X}$ ile vektörel olarak çarpılırsa

$$\vec{X} \times \vec{X} = \vec{0} \quad \text{ile} \quad (6)$$

$$\vec{X} \times \vec{X} = \vec{C} \quad (7)$$

bulunur. (7) eşitliği uydur hareketinin düzlemde gerçekleştiği şeklinde yorumlanır. Bu özellik kullanılarak Şekil 3 yardımıyla uydur yörüngesinin eğimi i ve yükselme düğüm noktasının açılımı W hesaplanabilir.

$$\vec{c}_o = \frac{\vec{C}}{c} \quad \text{ile} \quad \cos i = \langle \vec{c}_o, \vec{e}_3 \rangle \quad (8a, b)$$

$$\vec{k} = \frac{\vec{e}_3 \times \vec{c}_o}{\|\vec{e}_3 \times \vec{c}_o\|} \quad \text{ile} \quad \cos \Omega = \langle \vec{e}_1, \vec{k} \rangle \quad \text{ve} \quad \sin \Omega = \langle \vec{e}_2, \vec{k} \rangle \quad (9a, b, c)$$

(8) ve (9) eşitliklerindeki $\langle \dots \rangle$ operatörü skaler çarpımı göstermektedir. (7) eşitliği soldan $\vec{X}$ ile çarpılıp (5) eşitliği gözönüne alınarak düzenlenirse

$$\vec{P} = \vec{X} \times \vec{C} - GM \frac{\vec{X}}{\|\vec{X}\|} \quad \text{ile} \quad (10)$$

$$\cos \omega = \left\langle \frac{\vec{P}}{\|\vec{P}\|}, \vec{k} \right\rangle \quad \sin \omega = \left\langle \frac{\vec{P}}{\|\vec{P}\|}, \vec{c}_o \times \vec{k} \right\rangle \quad (11a, b)$$

$$\cos v = \frac{\vec{X}}{\|\vec{X}\|}, \frac{\vec{P}}{\|\vec{P}\|} \quad \sin v = \frac{\vec{X}}{\|\vec{X}\|}, \vec{c}_o \times \frac{\vec{P}}{\|\vec{P}\|} \quad (12a, b)$$

burada $\vec{P}$ Laplace vektörü olarak anılır ve perigenin argümenti w ve gerçek anomalı v kontrollü olarak hesaplanır. (12a) ve (12b)'de geçen gerçek anomalı yerine sıklıkla ortalama anomalı M

$$M = E - e \sin E \quad (13)$$

kullanılır. (13) eşitliği Kepler eşitliği olarak da adlandırılır ve içinde geçen eksentrik anomalı E ,

$$\sin E = \frac{\sqrt{1-e^2} \sin v}{1 + e \cos v} \quad \cos E = \frac{e + \cos v}{1 + e \cos v} \quad (14)$$

(12) eşitliğinden hesaplanan v değerinden elde edilebilir. Son olarak bu üç anomali-den yalnızca gerçek ve eksentrik anomalinin geometrik olarak ifade edilebileceği söylenmelidir (bkz. Şekil 3b).

Büyük yarı eksen a ve numerik eksentrte e için (10) eşitliğinin normu teşkil edile-rek karesi alınır ve düzenlenirse

$$a = \left(\frac{2}{\|\vec{X}\|} - \frac{\|\vec{X}\|^2}{GM} \right)^{-1} \quad \text{ve} \quad e = \sqrt{1 - \frac{p}{a}} \quad (15a, b)$$

bulunur. (15b) eşitliğinde

$$p = \frac{\|\vec{c}\|^2}{GM} \quad \text{dir.} \quad (16)$$

3. SAYISAL UYGULAMA

Uydu hareketi, yermerkezli inersiyal koordinat sisteminde herbir koordinat bileşeni için grafik olarak gösterilebilir. PRN25 uydusunun 1999 ve 2000 yıllarında X , Y ve Z koordinatlarının değişimi Şekil 4a, b, c'de gösterilmektedir. İlk bakışta uydunun ilgili eksenlerinde yıllık ve mevsimlik periyottaki değişiminden başka bir şey göze çarpma-maktadır. Uydunun yapmış olduğu hareketin yorumlanabilmesi ve uydu yörüngesinde bir değişim olup olmadığının açık bir şekilde gözlenmesi için zamana bağlı değişimle-ri daha az olan Kepler elemanlarından yararlanılır. 2. Bölümde bu elemanların başlan-gıç değer problemi çözümüyle nasıl hesaplandığı gösterilmişti. (8) ila (16) eşitliklerinin uygulanabilmesi, konum vektörü yanında hız vektörünün de bilinmesini gerektirir.

Uydu koordinat değerleri IGS (International GPS Service)'den temin edilebilir. Yi-ne IGS tarafından kabul edilen SP3 formatındaki bu veriler tablo şeklindedir ve 15 da-kika aralıklarla yermerkezli koordinat sisteminde uydu koordinatlarını vermektedir. Ve-rilen bir zamanda uydunun hızını hesaplamak için temel fizikten hız bağıntısı

$$\vec{X} = \frac{d\vec{X}}{dt} \quad (17)$$

eşitliği ile verilmektedir. Pratikte (17) eşitliği d operatörü yerine D operatörü konmak suretiyle değerlendirilir. Schwarz [1997]'den biraz değiştirilmek suretiyle

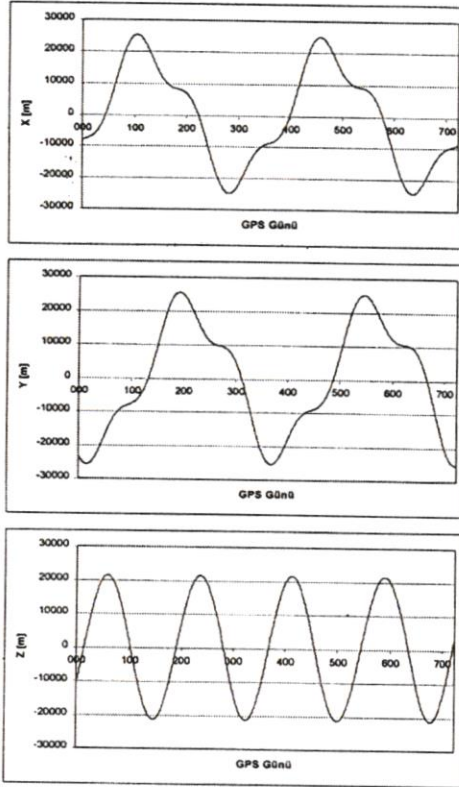
$$\frac{1}{2\Delta t} [\vec{X}(t_0 + \Delta t) - \vec{X}(t_0 - \Delta t)] = \vec{X}'(t_0) + \frac{\Delta t^2}{3!} \vec{X}''(t_0) + \dots \quad (18)$$

eşitliği kullanılarak hız vektörünün bulunması yoluna gidilir ve Dt yeterince küçük seçildiğinde eşitliğin sağ tarafında ikinci terim ve sonrası ihmal edilebilir.

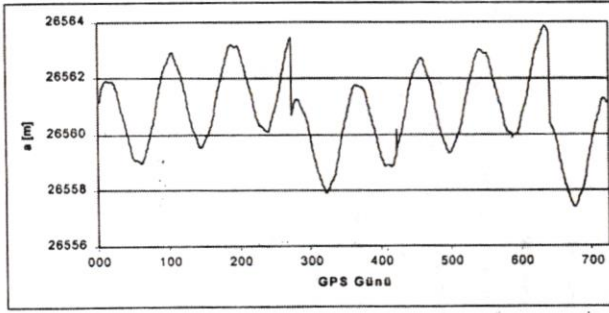
(18) eşitliğinde $\vec{X}(t_0 + \Delta t)$ ve $\vec{X}(t_0 - \Delta t)$ bilinen enterpolasyon yöntemlerinden herhangi biri ile hesaplanabilir. Bu çalışmada veriler, Lagrange enterpolasyonu yardımı ile bulunmuştur. Lagrange enterpolasyonu, enterpolasyon aralığının uç noktalarında duyarsız sonuçlar verdiğinden uç noktalardaki değer belirlemenin güvenilir olması için veri aralığının sıklaştırılması gerekir [Schwarz, 1997]. Ancak IGS verileri eşit aralıklarda veri yapısına sahip olduğu için böyle bir durum uygulanamayacağından en uygun çözüm enterpolasyon yapılacak güne ait verileri bir önceki ve bir sonraki gün verileriyle genişletmektir.

Uygulamada uydunun her gün 12:00 GPS zamanındaki konumu SP3 formatındaki dosyadan aynen alındı. Bu zamandaki hız vektörü ise $\Delta t=5$ sn ile hesap edildi. Daha sonra bu değerler bahsedilen Kepler Elemanlarına dönüştürülmek üzere kullanıldı.

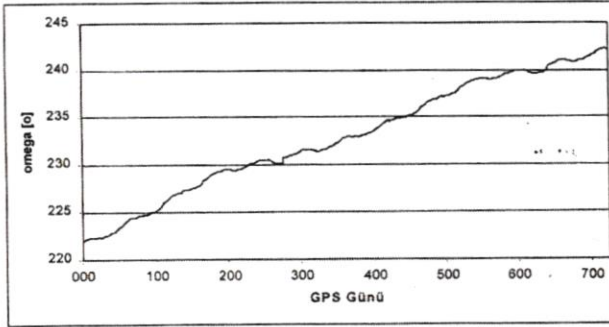
Şekil 5'de PRN25 uydusunun büyük yarı ekseninin 723 gün içindeki değişimi görülmektedir. Yörüngeye iki defa müdahale edildiği açıktır. Şekilden büyük yarı eksenin lineer olarak değiştiği izlenimi elde edilebilir. Ancak böyle bir varsayım yanlış ve hareket çok uzun periyotlu rezonans hareketi olarak açıklanır. Söz konusu periyot uydudan uduya farklılık gösterir ve 8 ila 25 yıl gibi değerlere ulaşmaktadır [Beutler vd., 1998]. Şekil 6'da perigenin argümentinin de müdahale sonucu değiştiği görülmektedir.



Şekil 4a, b, c. 1999-2000 için PRN25'in X, Y ve Z eksenlerindeki hareketi



Şekil 5. PRN 25 uydusunun 273 (1999) ve 275 (2000) günlerinde yapılan manevralar sonucu büyük yarı ekseninin değişimi.



Şekil 6. PRN 25 için ω 'nın değişimi (yörüngeye müdahale olduğu dik çizgiden görülebilir)

4. SONUÇ ve ÖNERİLER

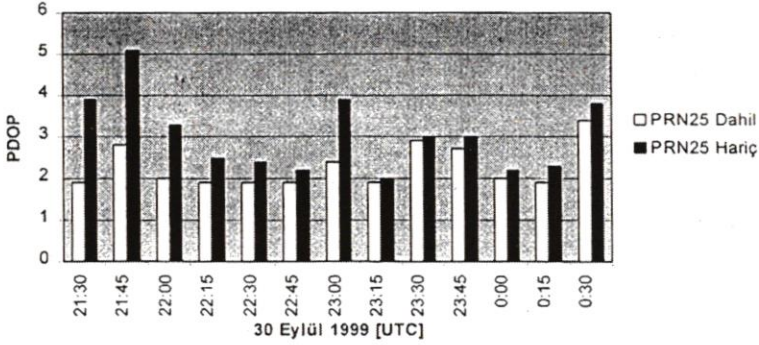
PRN25 uydusu, 29 Eylül 1999 günü 20:00 UTC'de başlayan ve 1 Ekim 1999 günü 04:18 UTC'ye kadar süren yörünge düzeltme nedeniyle devre dışı kalmıştır. Böyle bir durumdan habersiz kullanıcı Şekil 7'de beyaz sütunlarla gösterilen doğruluk değerlerini elde edecektir. Ancak söz konusu manevra nedeniyle PRN25'ten veri alınamadığı için alıcı ve uyduların oluşturduğu şeklin geometrisi değişecektir. Halbuki gerçek PDOP değerleri siyahla gösterilendir. Burada PDOP, navigasyon çözümünde kullanılan katsayılar matrisi aracılığıyla hesaplanan kofaktörler matrisi elemanlarından zaman harici olarak

$$PDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz}} \quad (19)$$

şeklinde hesaplanır.

Ana kontrol istasyonunca her uydu için değişik periyotlarda olmak üzere sisteme yapılan müdahale, uydunun hareketi sırasında karşılaştığı bozucu etkilerin yığılmasıyla kritik bir değere ulaşması nedeniyle kaçınılmazdır. Operasyonel bir nitelik kazanan GPS uydularının mevcut durumları ve manevra yapılacak gün ve saat ile uydunun başka değişik nedenlerle devre dışı kalacağı gibi bilgiler Amerikan Sahil Güvenlik Kurumu tarafından kullanıcılara duyurulur. Bütün uydu yörüngelerine yapılan son müdahalelere ait bilgiler de durum listesi adı altında sunulmaktadır. Bunlar NANU (Notice Advisories for NAVSTAR Uusers) olarak isimlendirilir.

İstanbul için PDOP



Şekil 7. PRN25 yörünge manevrasında iken PDOP'ın değişimi (Yükseklik açısı > 15°)

Yörünge düzeltme veya herhangi başka neden sonucunda devre dışı kalacak uydu ve devre dışı kalma zamanı yukarıdaki ismi verilen kurumdan temin edilebilir (www.navcen.uscg.mil/gps). Şekil 7'den durumun kullanıcı için çok da kritik olmadığı öne sürülebilir. Ancak değişimlerin çok daha büyük olabileceği ihtimali dikkate alınarak gözlem planı buna göre gözden geçirilmelidir. Bu, yapılacak çalışmadan elde edilecek doğruluğu ve güvenilirliği artıracak ve maliyeti azaltabilecektir.

KAYNAKLAR

- Altınar, Y., Global Pozisyon Belirleme Sisteminin (GPS) Ana Hatları, Harita ve Kadastro Mühendisliği, Sayı 71,9-54,1992.
- Beutler, G., R. Weber, U. Hugentobler, M. Rothacher and A. Verdun, GPS Satellite Orbits, GPS for Geodesy'de ed. P.J.G. Teunissen and A. Kleusberg, 43-109,1998.
- Heck, B., Satellitengeodaesie I, Karlsruhe Üniversitesi, yayımlanmamış ders notları, 1998.
- Hofmann-Wellenhof, B., H. Lichtenegger, and J. Collins, GPS: Theory and Practice, 4th rev. ed., Springer, Wien New York, 1997.
- Koch, K.R., Parameterschaetzung und Hypothesentests in linearen Modellen, 2. Auflage, Dümmler, Bonn, 1987.
- Schwarz, H.R., Numerische Mathematik, 4. Auflage, B.G. Teubner, Stuttgart,1997.
- Schank, C., J. W. Lawrakas, Inside GPS: The Master Control, GPS World, 46-54, September,1994.
- Shaw, M., Levin, P., Martel, J., The DoD: Stewards of a Global Information Resource, the Navstar Global Positioning System, Proceedings of the IEEE, 87, 16-23, 1999.