

**EN KÜÇÜK KARELERLE KOLOKASYON YÖNTEMİYLE
YEREL JEOİD GEÇİRİLEREK
GPS SONUÇLARINDAN
YÜKSEKLİK BELİRLEMESİ**

Ramazan YANAR

Ömer AYDIN

ÖZET :

GPS (GLOBAL POSITIONING SYSTEM) İLE MUTLAK YA DA RÖLATİF ANLAMDA ÜÇ BOYUTTA KONUM BELİRLENEBİLMEKTE VE DUYARLI SONUÇLAR ELDE EDİLEBİLMEKTEDİR. PRATİK HARİTA ÇALIŞMALARINDA KULLANILAN YÜKSEKLİKLER ORTOMETRİK YÜKSEKLİKLER OLUP GPS'DEN ELDE EDİLEN ELİPSOİDAL YÜKSEKLİKLERDEN FARKLIDIR. GPS YÜKSEKLİKLERİNİN JEODEZİK ÇALIŞMALARDA KULLANILABİLMESİ İÇİN KULLANIMDAKİ YÜKSEKLİKLERE DÖNÜŞTÜRÜLMESİ GEREKMEKTEDİR. BU ÇALIŞMADA DÖNÜŞÜMDE KİLİT ROL ALAN JEOİT YÜKSEKLİĞİNİN EKKK YÖNTEMİYLE HESABINDAN SONRA KLASİK HARİTACILIKTA KULLANILAN YÜKSEKLİKLERE DÖNÜŞÜMÜ İNCELENMEKTEDİR.

**DETERMINATION OF HEIGHT FROM GPS RESULTS BY SKECTING
OUT AN LOCAL GEOİD USING THE LEAST SQUERES
COLLOCATION METHODE**

THE THREE DIMENSIONAL POSITIONS OF ANY POINTS ARE DETERMINED IN TERMS OF ABSOLUTE OR RELATIVE USING THE GPS METHODES AND PRECISELY RESULTS CAN BE OBTAINED. THE HEIGHTS USED FOR PRACTICAL WORKS ARE ORTHOMETRIC HEIGHTS AND THEY ARE DIFFERENT FROM THE ELLIPSOİDAL HEIGHTS OBTAINED BY GPS. IT SHOULD TRANSFORM ELLIPSOİDAL HEIGHTS TO THE ORTHOMETRIC FOR USING IN PRACTICAL JEODETIC WORKS. IN THIS INVESTIGATION, AFTER COMPUTE GEOİD UNDULATIONS BY SKECTING OUT AN LOCAL GEOİD USING THE LEAST SQUERES COLLOCATION METHODE, THE HEIGHTS OBTAINED BY GPS AND THEIR TRANSFORMATION FOR THE CONVENTIONAL MAPPING ARE EVALUATED.

1. GİRİŞ

Günümüzün jeodezik çalışmalarında GPS kullanımının yaygınlaşması sonucu elde edilen duyarlı elipsoit yüksekliklerinden yararlanarak, ortometrik yüksekliklerin belirlenebilmesi için, jeoit yüksekliklerinin hassas olarak tespit edilmesine gereksinim vardır. Bu gereksinin sonucunda jeoit belirlemeye yönelik kuramsal yaklaşımlar giderek uygulamaya dönüşmüştür. Jeoit belirlemek amacıyla kullanılan çok sayıda yöntem (Örneğin EKKK, FFT) vardır. Bu yöntemler arasından uygun bir yöntemin seçilmesi mevcut veriye ve istenen duyarlılığa bağlıdır.

Jeoit yüksekliği gravite spektrumunun uzun, orta ve kısa dalga boylu etkilerine karşı değişik oranlarda duyarlık gösterdiğinden, jeoit belirleme yöntemlerinde uygun veri kombinasyonunun kullanılması önemli bir noktayı oluşturur. Genellikle uzun dalga boylu etkilerin; yer potansiyeli katsayıları, orta dalga boylu etkilerin; gravite ve kısa dalga boylu etkilerin de; topografik bilgilerden yararlanarak belirlenmesi, jeodezik çalışmalarda sık kullanılan bir yaklaşım olmuştur [Ayan,E. vd.1988].

GPS ile üretilen koordinatlar WGS-84 datumundadır. Oysa harita yapımı için kullanılan sistem ED-50 sistemidir. Tüm haritalar, planlar, ölçmeler v.b. bu sistemde olduğundan GPS koordinatlarının da Ülke sistemi olan ED-50 sistemine dönüştürülmesi zorunlu olmaktadır [Ayan,T. vd.,1996,İnal,C.,1996,Yanalak,M.]. Bu çalışmada GPS ölçmelerinden elde edilen elipsoidal yüksekliklerin Ülke yükseklik sistemine dönüşümü incelenmektedir.

2. EN KÜÇÜK KARELERLE KOLOKASYON YÖNTEMİ

En küçük karelerle kolokasyon (ENKK), yerin şeklini ve gravite alanını değişik türdeki dataların kombinasyonu ile belirleyen yöntemlerin (Stokastik işlemler ve spektral analiz, EKKK, Fonksiyonel Analiz, Potansiyel Teorisi vb.) başında gelir. EKKK sadece rasgele hataları değil aynı zamanda sistematik hataları da ortadan kaldıran bir yöntemdir. En küçük kareler yöntemine göre dengelemeden farklı yanı bilinen hata denklemlerine ölçü hatasından (noise) başka ikinci bir tesadüfi değişkenin (sinyal) eklenmiş olmasıdır [Demirel,H.1977].

Rasgele değişken nitelikli bozucu potansiyel fonksiyonellerinden oluşan bilinen ölçü vektörü,

$$I = [I_1, I_2, \dots, I_n] \quad (1)$$

ile yine rasgele değişken nitelikli bilinmeyen bozucu potansiyel fonksiyonellerinden oluşan ve " sinyal" adıyla anılan vektör,

$$S = [s_1, s_2, \dots, s_p] \quad (2)$$

olsun, I ve S vektörleri rasgele değişken (rd) olup değerlerinin,

$E\{l\} = 0$, $E\{s\} = 0$ (3)
olduğu düşünülmektedir. Umut değerleri sıfır olan rd 'ler merkezlenmiş rasgele değişkenler olarak anılır.

$P_i, i = 1, 2, \dots, n$ ölçü noktalarında bilinen l ölçüleri cinsinden $Q_j, j = 1, 2, \dots, p$ hesap noktalarında bilinmeyen S sinyallerinin en iyi değerlerini veren model; S ile l arasında fonksiyonel bir ilişki yerine kovaryans matrisi aracılığıyla kurulmaktadır. Kovaryans fonksiyonu EKKK'nın belkemiğini oluşturmaktadır [Demirel, H. 1977, Hekimoğlu, Ş.]. Bu fonksiyon ile ölçüler arasındaki korelasyon gözönüne alınmış olur.

Bu düşünce ile, kestirilen S sinyallerinin varyansını minimum yapan çözüm,
$$\hat{S} = C_{sl} C_{ll}^{-1} l$$
 (4)
ile verilir. Burada,
 l : ölçü vektörü,
 $C_{ll} = \text{cov}(l, l)$: olup ölçülerin özkovaryans matrisi,
 $C_{sl} = \text{cov}(s, l)$: olup sinyaller ile ölçüler arasındaki çapraz kovaryans matrisidir [Ayhan, E. vd., 1988].

(4) eşitliğinde kullanılan l ölçü vektörü ile aynı ya da farklı türden olması hesaplama modeli açısından bir sorun yaratmaz. Bu özellikle EKKK'nun en iyi ve olumlu yönünü oluşturur. Hesaplanan $\hat{S}$ sinyallerinin doğrulukları,

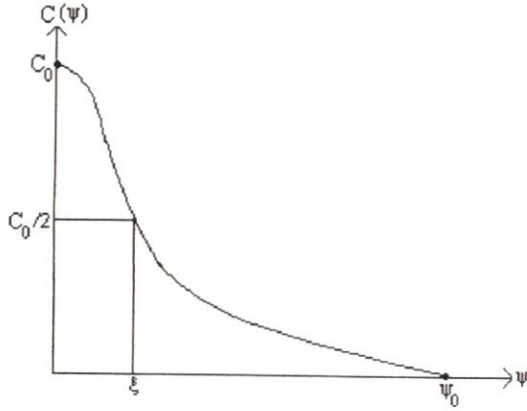
$$C_{ee} = c_{ss} C_{ll}^{-1} C_{sl}^T$$
 (5)

ile belirlenir. Bu eşitlikte kullanılan C_{ee} , prediksiyonu yapılan sinyallerin ($\hat{S}$) hata kovaryans matrisi ve,

$$C_{ss} = \text{Cov}(s, s)$$
 (6)

sinyallerin otokovaryans matrisidir.

(4) ve (5) eşitliklerinde l, C_{sl}, C_{ll} ve C_{ss} bilinen ve S bilinmeyenidir. Bilinenler l , jeodezik ölçü aletleriyle ölçülerek bilinmesine karşılık, bilinen kovaryans matrisleri, ölçü ve sinyallerin türlerine bağlı olarak ölçülerden belirlenen kovaryans fonksiyonunun bilinmesini zorunlu kılmaktadır [Ayhan, E. vd. 1988, Demirel, H. 1977, Hekimoğlu, Ş. vd., 1996]. Yerel kovaryans fonksiyonu parametreler varyans C_0 , korelasyon uzunluğu ξ ve ilk sıfır noktası ψ_0 Şekil 1'de gösterilmektedir.



Şekil 1 Yerel Kovaryans Fonksiyonu Parametreleri (C_0, ξ , ve ψ_0)

Bu çalışmada EKKK yöntemi ile jeoidin belirlenmesi kısaca açıklanmaktadır. N jeoid yüksekliği; gravite spektrumunun uzun, orta ve kısa dalga boylu etkilerine benzer olarak

$$N = N_1 + N_2 + N_3 \quad (7)$$

yazılabilir. Burada, N_1, N_2 ve N_3 ; sırasıyla jeoid yüksekliğinin uzun, orta ve kısa dalga boylu parçalarıdır. (7) eşitliğindeki N_1 , yer potansiyeli katsayılarından yararlanarak;

$$N(r, \phi, \lambda) = \frac{GM_E}{\gamma \cdot r} \left[\sum_{n=2}^{360} (a_e / r)^n \sum_{m=0}^n P_{nm}(\sin \phi) (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \right] \quad (8)$$

ifadesiyle hesaplanır [Bomford, G., 1980, Engeliş, T. vd., 1985, Vincenti, T., 1987]. Burada,

a_e : Ortalama yer yarıçapı (Referans sisteminin ekvator yarıçapı, 6378137 m.)

$G.M_E$: $3986004.36 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$, gravitasyon sabiti ile dünya kütesinin çarpımı

r : Yer merkezinden hesap yapılan noktaya olan uzaklık

ϕ, λ : Yermerkezli enlemin 90° den farkı ve boylam

γ : ϕ 'deki normal gravite

P_{nm} : tam normalleştirilmiş legendre fonksiyonu

$\left. \begin{matrix} C_{nm} \\ S_{nm} \end{matrix} \right\}$: Tam normalleştirilmiş potansiyel katsayıları

Topografik yükseklikler kısa dalgaboylu etkileri kapsadığından (7) eşitliğindeki N_3 parçasının belirlenmesinde kullanılır. Kısa dalga boyu etkiler elimine edilerek gravite alanını yumuşatmak için değişik topografik indirgeme yöntemleri (isostatik, serbest hava, Bouguer vb.) uygulanmaktadır. Bu düşüncelerden hareketle jeoid hesabı, spektrumun uzun, orta ve kısa dalga boyu sinyallerine karşı hemen hemen aynı duyarlılığı gösteren Δg_F serbet hava anomalileri EKKK yöntemi ile N_2 hesabında ölçü olarak kullanılır. Jeoid üzerindeki herhangi bir P_0 noktasında N_2 değeri;

$$\bar{C} = C_{\Delta g_2 \Delta g_2} + C_{nn} \text{ olmak üzere}$$

$$N_2 = C_{N_2 \Delta g_2} \bar{C}^{-1} \Delta g_2 \quad (8)$$

ve hata varyansı

$$\sigma_{N_2}^2 = C_{N_2 N_2} - C_{N_2 \Delta g_2} \bar{C}^{-1} C_{N_2 \Delta g_2}^T \quad (9)$$

EKKK yöntemin temel eşitlikleri ile hesaplanır [Vincenti, T., 1987]. Burada;

$C_{N_2 \Delta g_2}$: Jeoid yüksekliği ile gravite anomalisi çapraz kovaryans matrisi.

$C_{N_2 N_2}$: Jeoid yüksekliği özkovaryans matrisi,

$C_{\Delta g_2 \Delta g_2}$: Gravite anomali özkovaryans matrisi,

C_{nn} : Anomali hata kovaryans matrisi (σ^2 anomali hata varyansı, I ;

birim matris olmak üzere $C_{nn} = \sigma^2 I$ ile tanımlanır).

3. SAYISAL UYGULAMA

3.1 Uygulama Bölgesi

Ankara'nın hemen batısında doğu-batı yönünde 25 km, kuzey-güney yönünde 50 km genişliğinde bir alanda yer alan (125 hektar) 15 noktalı bir ağ uygulama ağı olarak seçilmiştir. Bölgede Etimesgut, Gölbaşı, ve İkizce yerleşim merkezleri ile Mogan ve Eymir Gölleri bulunmaktadır. Bölgenin topoğrafik yapısı genellikle engebese az ve ormansız olup arazinin yüksekliği 890 m ile 1500 m arasında değişmektedir [HGK, 1987].

3.2. Geometrik Nivelman Ölçüleri

Uygulama ağı noktalarının ortometrik yüksekliklerini belirlemek üzere hassas nivelman ölçüsü yapılmıştır. Nivelman ölçülerinde WILD N3 geometrik nivelman aleti ile invar miralar kullanılmıştır. Ölçüler sabah ve akşam düşey refraksiyonun en az olduğu zaman dilimlerinde ve gidiş-dönüş ölçü planına göre yapılmıştır. İki nokta arasındaki gidiş-dönüş ölçü farkının $8\sqrt{S}$ mm [S km biriminde geçki uzunluğu] sınır değerini geçmemesi sağlanmıştır [HGK, 1987].

3.3 Gravite Ölçüleri

Geometrik nivelman ölçüsü yapılan her noktada gravite de ölçülmüştür. Ölçülerde la Coste & Romberg (LCR) gravite ölçeri kullanılmıştır. Gravite ölçer tambura okumaları, üretici firmanın ölçer için verdiği kalibrasyon (okumaları gravite değerine dönüştüren çarpan) katsayılarından yararlanarak gravite değerleri ± 3 mgal duyarlılıkla hesaplanmıştır [HGK,1987].

3.4 Uydu Ölçüleri (Navstar GPS)

1991 yılı Ağustos / Eylül aylarında Alman Uygulamalı Jeodezi Enstitüsü (IFAG) ile ortak projeler çerçevesinde sağlanan GPS alıcıları (11 adet) Trimble 4000 SST) kullanılarak GPS ölçüleri yapılmıştır. Ölçüler sırasında Ocak 1991 tarihinden bu yana 24 saat esasına göre GPS sinyallerini toplamakta olan ve uluslararası uydu izleme istasyonlarından biri olan Ankara Sabit GPS İstasyonu (ASGI) de ölçü planına dahil edilmiştir. Ölçüler, uydu görünürlük diyagramları ve yörünge irdelemeleri yapılarak en uygun zaman penceresinde 9:30 - 15:30 saatleri arasında her gün altı saatlik tek gözlem (session) olarak planlanmış ve gerçekleştirilmiştir. Ölçüler sırasında PRN 03, 20, 16, 17, 23, 21, 11, 15 ve 14 numaralı GPS uydularından her iki frekansta pseudo-range ve taşıyıcı dalga faz ölçüleri otuz saniye aralıklarla ve 15 derecelik yükseklik açısı (cut-off) altında toplanmış, her saat başı anten seviyesinde ıslak ısı, kuru ısı, hava basıncı ölçüleri kayıtl edilmiştir.

Anten yükseklikleri her ölçü grubunun öncesi ve sonrasında olmak üzere iki kez mm duyarlığında ölçülerek kayıt edilmiş, toplanan veriler her ölçü sonunda taşınabilir bilgisayarlar aracılığıyla 3.5 inç'lik disketlere aktarılmıştır.

Uygulama ağında toplanan ham GPS ölçüleri Bernese V3.2 bilimsel yazılımı ile hassas efemeris kullanılarak 7213 Meşedağ noktasının daha önceki projeler kapsamında ITRF-89 referans sisteminde hesaplanmış olan duyarlı koordinatlarına dayalı olarak standart atmosfer modeli ile iyonosferden bağımsız gözlem kombinasyonu kullanılarak önce günlük ve sonra dört günlük ölçülerin tamamını kapsayan kampanya çözümü halinde HGK.lığınca değerlendirilmiştir [HGK,1987].

3.5 Yükseklikler Arası Dönüşüm

Elipsoid yüksekliği ile Ortometrik yükseklik arasında dönüşüm yapabilmek için uygulama ağı bölgesi jeoidi EKKK yöntemi ile belirlenmiştir. Bu amaçla izlenen işlem sırası şöyledir. ilk adım olarak uygulama ağı bölgesinde gravite ölçüsü yapılmış noktalarda serbest hava anomalileri hesabı yapılmıştır.

İkinci adımda, deneysel kovaryans fonksiyonu değerleri hesabı için gravite anomalilerin kuşak aralığına göre gruplandırılması,

$$D_k - \Delta d < d_{ij} > D_k + \Delta d \quad (10)$$

denetleme formülü ile yapıldı. Burada, D_k , k' nıncı kuşağın ortalama yarıçapını, Δd , kuşak aralığının yarısını ve d_{ij} , i ve j noktaları arasındaki uzaklığı simgelemektedir. Kuşak aralığının seçimi için kesin bir kural olmamakla birlikte deneysel ya da sezgisel olarak seçilebilir. Δd parametresinin seçilmesiyle uzaklığın bir fonksiyonu olarak kovaryans değerleri hesaplanır. Daha sonra kuşakların ortalama yarıçaplarından ve bu yarıçaplara karşılık gelen kovaryans değerlerinden yararlanarak standart bir fonksiyonun saptanmasıyla, kovaryans değerlerine süreklilik sağlanabilir. Bu çalışmada,

$$C(s) = C_0 / (1 + (s/d)^2) \quad (11)$$

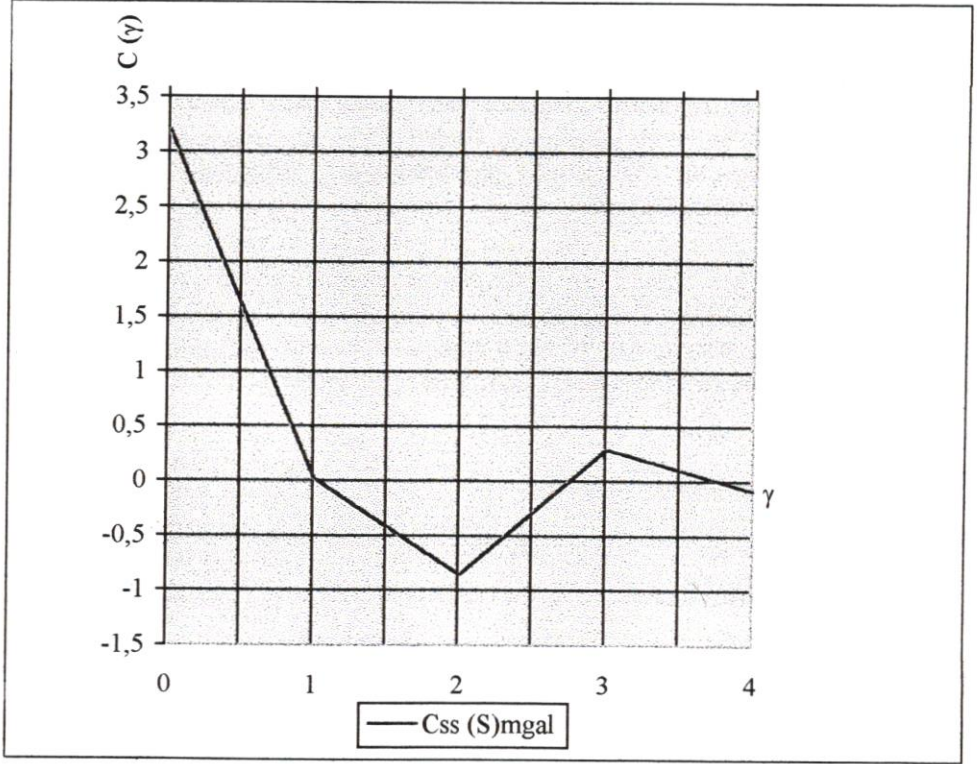
biçimindeki Hirvonen'in fonksiyonu kullanılmıştır [Demirel, H., 1977, Hekimoğlu, Ş.]. Elde edilen sayısal sonuçlar çizelge 1'de ve sayısal sonuçlara dayalı çizilen deneysel kovaryans fonksiyonu grafik 1'de sergilenmiştir.

Çizelge 1 Prediksyon Sayısal Sonuçları

ÖLÇÜLER	KOVARYANS FONKSİYONU	C (0) [mgal]	C _{ss} (0) [mgal]	C _{nn} (0) [mgal]		
Gravite	Deneysel	3.20427	3.19427	0.01		
KOVARYANS YARIÇAPLARI (KM)		KOVARYANSLAR [mgal]				
S0(1)= 1.00		CSS(1) 0.02114				
S0(2)= 2.00		CSS(2) -0.86460				
S0(3)= 3.00		CSS(3) 0.29488				
S0(4)= 4.00		CSS(4) -0.09715				
NOKTA NO	SİNYAL	TREND	KESTİRİM	ÖLÇÜ	FARK	HATASI
426	-1.2623	-3.2939	-4.5562	-4.5600	0.0038	0.1413
N24	-3.2484	-1.4012	-4.6497	-4.6600	0.0103	0.1413
N23	-0.9556	-3.8814	-4.8370	-4.8400	0.0030	0.1413
8006	-4.9392	-0.1149	-4.8243	-4.8400	0.0157	0.1413
8005	-5.2459	0.3547	-4.8912	-4.8900	-0.0012	0.1413
PREDİKTE EDİLEN ÖLCÜLERİN STANDART SAPMASI =				0.0087		
ÖLCÜ FARKLARI ORTALAMASI				= 0.0003		

En küçük kareler yöntemine göre interpolasyon problemlerinde kovaryans matrislerin elemanları teorik ortalamalar yerine mümkün olduğu kadar bunların teorik özelliklerine uyan deneysel fonksiyonlar üzerinden hesaplanır. Sinyaller tesadüf niteliğinde normal dağılımlı değişkenler olarak kabul edildiğinden deneysel kovaryans fonksiyonu genellikle Gauss'un çan eğrisine benzer şekilde göstermek uygun bulunmaktadır.

Grafik 1 Deneysel Kovaryans Fonksiyonu grafiği

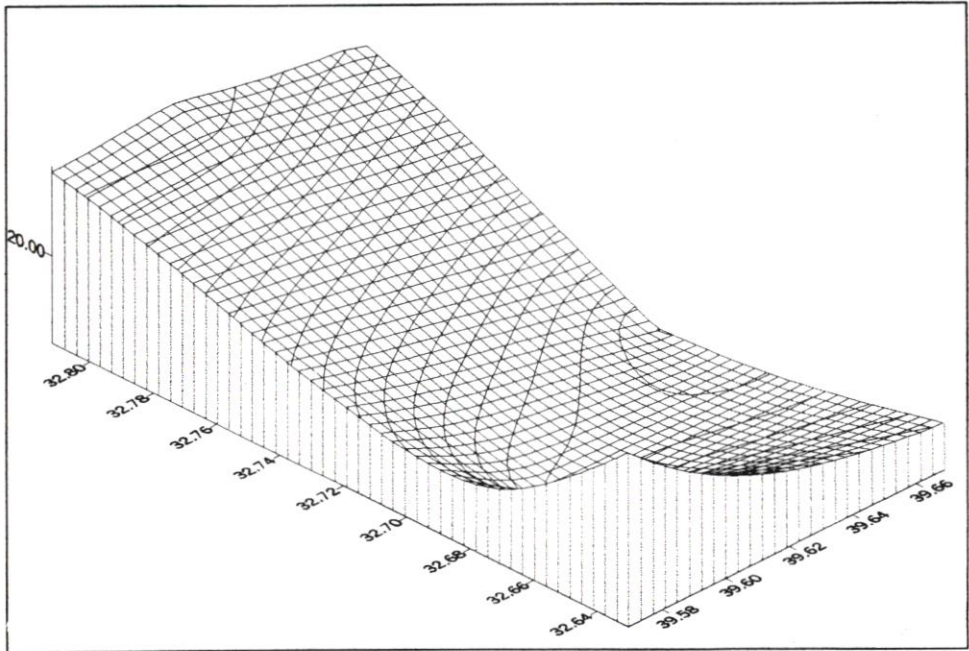


Son aşamada da N_2 değeriinin prediksyonu yapılmıştır. Prediksyonun gücü hakkında fikir sahibi olabilmek için 426, N24, N23, 8006 ve 8005 noktalarının kestirim değeri ile bilinen değeri arasındaki farklardan yararlanarak ortalama fark 0.0003 ve standart sapma 0.0087 mgal olarak bulunmuştur.

Kestirilen jeoid yükseklikleri kullanılarak hesaplanan ortometrik yükseklikler bilinen dengeli nivelman yükseklikleriyle karşılaştırılmıştır. Bulunan farklar Çizelge 2'de görölmektedir. Farklardan hesaplanan ortalama hata 16.5 mm olarak bulunmuştur [Hein, G.W., 1985, Aydın, Ö. 1995].

Çizelge 2 Noktaların bilinen ve hesaplanan ortometrik yüksekliklerinin karşılaştırılması

NOKTA NO	BİLİNEN ORTOMETRİK YÜKSEKLİKLER (m)	ELİPSOİD YÜKSEKLİĞİ h_{ED-50} [m]	KESTİRİLEN JEOİD YÜKSEKLİĞİ	HESAPLANAN ORTOMETRİK YÜKSEKLİK	FARKLAR (mm)
426	1133.498	1128.940	-4.5562	1133.4962	1.8
N24	1073.208	1068.526	-4.6497	1073.1757	32.3
N23	1095.785	1090.943	-4.8370	1095.7800	5.0
8006	1137.966	1133.103	-4.8243	1137.9273	38.7
8005	1446.735	1441.805	-4.8912	1446.6962	38.8
ORT.	(mm)				23.32
R.M.S.	(mm)				16.5
STD.	(mm)				18.4
Nokta Sayısı					5



Şekil 2 Predikte edilen noktaların fark jeoidi

4. SONUÇ

Prediksiyonun en önemli aşamalarından birisi uygun bir yüzeyin geçirilmesidir. Özellikle çalışma bölgesinin topografyası bu konuda kilit parametre niteliğindedir. Bunun için trendin mertebesini mümkün olduğu kadar düşük tutmak daha hassas sinyallerin elde edilmesine neden olmaktadır.

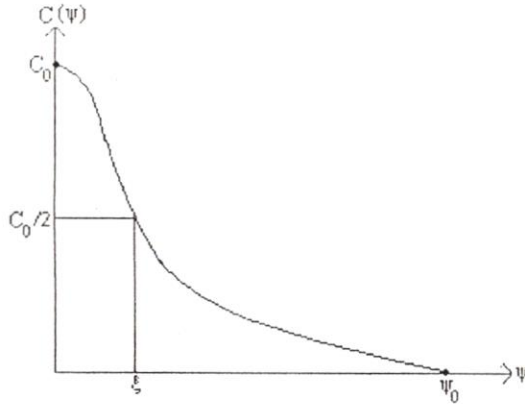
Seçilen kovaryans fonksiyonuna göre prediksiyon değerleri değişebilmektedir. Dolayısıyla, çalışmanın türüne ve kovaryans fonksiyon eğrisine en uygun kovaryans fonksiyonunun seçimi ve seçilen kovaryans fonksiyonundaki parametrelerin uygun şekilde hesaplanması bir diğer önemli parametredir.

Bir noktadaki sinyalin kestirilmesinde tüm ölçü kümesindeki noktaların stokastik değerlerinin etkili olması ile yalnızca Δd yarıçaplı kuşak içerisinde kalan ölçü noktalarının etkili olması neticesinde çıkan kestirim değerleri arasında anlamlı farklılıkların olmaması uzak noktaların kovaryans değerlerinin fazla etkili olmaması anlamında yorumlanabilir.

Kestirilen jeoid yükseklikleri ile GPS ölçümlerinden elde edilen elipsoid yükseklikler kullanılarak hesaplanan ortometrik yükseklikler bilinen dengeli nivelman yükseklikleriyle karşılaştırılmıştır. Bulunan farklardan hesaplanan ortalama hata 16.5 mm olarak bulunmuştur. Bu sonuç gösteriyor ki, hesaplanan yükseklikler bilinen yüksekliklere yaklaşmakla beraber kullanılan kovaryans fonksiyonu ve kovaryans fonksiyonundaki parametrelerin uygun şekilde hesaplanmasına bağlı olduğu değerlendirilmektedir.

KAYNAKLAR

- Ayan, T. vd. Zonguldak GPS Ağı Projesi Raporu. İTÜ, İstanbul, 1996.
- Aydın, Ö. Hassas Yükseklik Ölçmeleri, YTÜ, İstanbul, 1995.
- Ayhan, E., Alp, O. Serbest Hava Anomalisi Kestirim Yöntemleri ve Yöntemlerinin Karşılaştırılması. Harita Dergisi, Sayı:101, 1988.
- Bomford, G. Geodesy, Oxford Üniv. Press. Calender press, Oxford, 1980.
- Demirel, H. Yükseklik Problemi. Harita Dergisi, Sayı:44, Ankara.
- Demirel, H. En Küçük Kareler Yöntemine Göre Prediksiyon ve Kollokasyon. İstanbul, 1977.
- Engelis, T. Rapp, H.R ;Bock, Y. Measuring Orthometric Height Differences with GPS and Gravity Data. Manuscripta Geodetica 10, 1987-194, 1985.
- Harita Genel Komutanlığı Ankara GPS Test Ağı, Yayın No.: 97-1, Ankara, 1997.
- Hein, G.W. Orthometric Height Determination Using GPS Observations and The Integrated Geodesy Adjustment Model. NOAA Technical Report Nos 110 NGS 32, Rockville, MD, 1985
- Hekimoğlu, Ş. En Küçük Kareler Yöntemine Göre Prediksiyon , Filtreleme ve Kollokasyon. Yüksek Lisans Ders Notları.
- Hekimoğlu, Ş. Ayhan, E.; Demir, C., Şanlı, U.; Kahveci, M. Türkiye Ulusal Düşey Datum Belirleme Projesi, HGK-YTÜ Araştırma Fonu, Proje Bitirme Raporu, Yayın No : 1 İstanbul
- İnal, C. Yerel Jeoid Geçirilerek GPS Sonuçlarından Yükseklik Belirlemesi, S.Ü. Müh.Mim.Fak. Derg. , C.11, S.2, 1996.
- Vincenti, T. : Geoid Heights for GPS Densification , ACSM Bulletin, Decembre, 1987.
- Yanalak, M. , İnce, C.D. GPS ile Elde Edilen Elipsoidal Yüksekliklerin Yerel yükseklik Sistemine Dönüştürülmesi, Ankara.



Şekil 1 Yerel Kovaryans Fonksiyonu Parametreleri (C_0, ξ , ve ψ_0)

Bu çalışmada EKKK yöntemi ile jeoidin belirlenmesi kısaca açıklanmaktadır. N jeoid yüksekliği; gravite spektrumunun uzun, orta ve kısa dalga boylu etkilerine benzer olarak

$$N = N_1 + N_2 + N_3. \quad (7)$$

yazılabilir. Burada, N_1, N_2 ve N_3 ; sırasıyla jeoid yüksekliğinin uzun, orta ve kısa dalga boylu parçalarıdır. (7) eşitliğindeki N_1 , yer potansiyeli katsayılarından yararlanarak;

$$N(r, \varphi, \lambda) = \frac{GM_E}{\gamma \cdot r} \left[\sum_{n=2}^{360} (a_c / r)^n \sum_{m=0}^n P_{nm} (\sin \varphi) (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) \right] \quad (8)$$

ifadesiyle hesaplanır [Bomford, G., 1980, Engeliş, T. vd., 1985, Vincenti, T., 1987]. Burada,

a_c : Ortalama yer yarıçapı (Referans sisteminin ekvator yarıçapı, 6378137 m.)

$G.M_E$: $3986004.36 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$, gravitasyon sabiti ile dünya kütesinin çarpımı

r : Yer merkezinden hesap yapılan noktaya olan uzaklık

φ, λ : Yermerkezli enlemin 90° den farkı ve boylam

γ : φ 'deki normal gravite

P_{nm} : tam normalleştirilmiş legendre fonksiyonu

$C_{nm} \left\langle \begin{matrix} S_{nm} \end{matrix} \right\rangle$: Tam normalleştirilmiş potansiyel katsayıları

denetleme formülü ile yapıldı. Burada, D_k , k' nıncı kuşağın ortalama yarıçapını, Δd , kuşak aralığının yarısını ve d_{ij} , i ve j noktaları arasındaki uzaklığı simgelemektedir. Kuşak aralığının seçimi için kesin bir kural olmamakla birlikte deneysel ya da sezgisel olarak seçilebilir. Δd parametresinin seçilmesiyle uzaklığın bir fonksiyonu olarak kovaryans değerleri hesaplanır. Daha sonra kuşakların ortalama yarıçaplarından ve bu yarıçaplara karşılık gelen kovaryans değerlerinden yararlanarak standart bir fonksiyonun saptanmasıyla, kovaryans değerlerine süreklilik sağlanabilir. Bu çalışmada,

$$C(s) = C_0 / (1 + (s/d)^2) \quad (11)$$

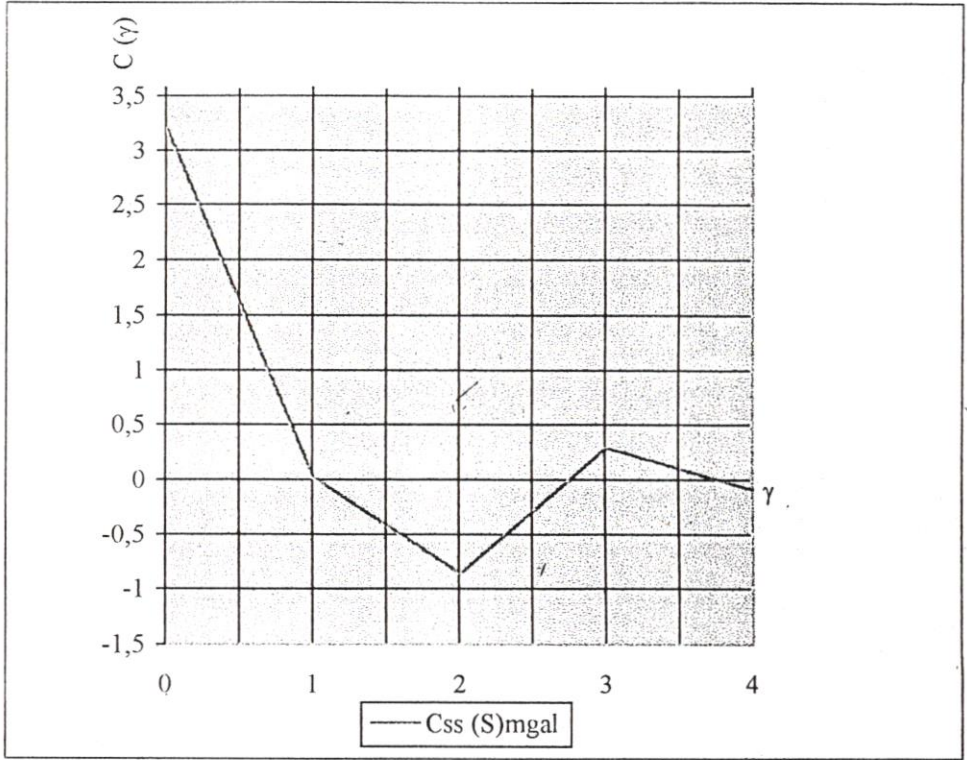
biçimindeki Hirvonen'in fonksiyonu kullanılmıştır [Demirel,H.,1977, Hekimoğlu,Ş.]. Elde edilen sayısal sonuçlar çizelge 1'de ve sayısal sonuçlara dayalı çizilen deneysel kovaryans fonksiyonu grafik 1'de sergilenmiştir.

Çizelge 1 Prediksiyon Sayısal Sonuçları

ÖLÇÜLER	KOVARYANS FONKSİYONU	C (0) [mgal]	C _{SS} (0) [mgal]	C _{nn} (0) [mgal]		
Gravite	Deneysel	3.20427	3.19427	0.01		
KOVARYANS YARIÇAPLARI (KM)		KOVARYANSLAR [mgal]				
S0(1)= 1.00		CSS(1) 0.02114				
S0(2)= 2.00		CSS(2) -0.86460				
S0(3)= 3.00		CSS(3) 0.29488				
S0(4)= 4.00		CSS(4) -0.09715				
NOKTA NO	SİNYAL	TREND	KESTİRİM	ÖLÇÜ	FARK	HATASI
426	-1.2623	-3.2939	-4.5562	-4.5600	0.0038	0.1413
N24	-3.2484	-1.4012	-4.6497	-4.6600	0.0103	0.1413
N23	-0.9556	-3.8814	-4.8370	-4.8400	0.0030	0.1413
8006	-4.9392	-0.1149	-4.8243	-4.8400	0.0157	0.1413
8005	-5.2459	0.3547	-4.8912	-4.8900	-0.0012	0.1413
PREDİKTE EDİLEN OLCULERIN STANDART SAPMASI =				0.0087		
OLCU FARKLARI ORTALAMASI				= 0.0003		

En küçük kareler yöntemine göre interpolasyon problemlerinde covaryans matrislerin elemanları teorik ortalamalar yerine mümkün olduğu kadar bunların teorik özelliklerine uyan deneysel fonksiyonlar üzerinden hesaplanır. Sinyaller tesadüf niteliğinde normal dağılımlı değişkenler olarak kabul edildiğinden deneysel kovaryans fonksiyonu genellikle Gauss'un çan eğrisine benzer şekilde göstermek uygun bulunmaktadır.

Grafik 1 Deneysel Kovaryans Fonksiyonu grafiği

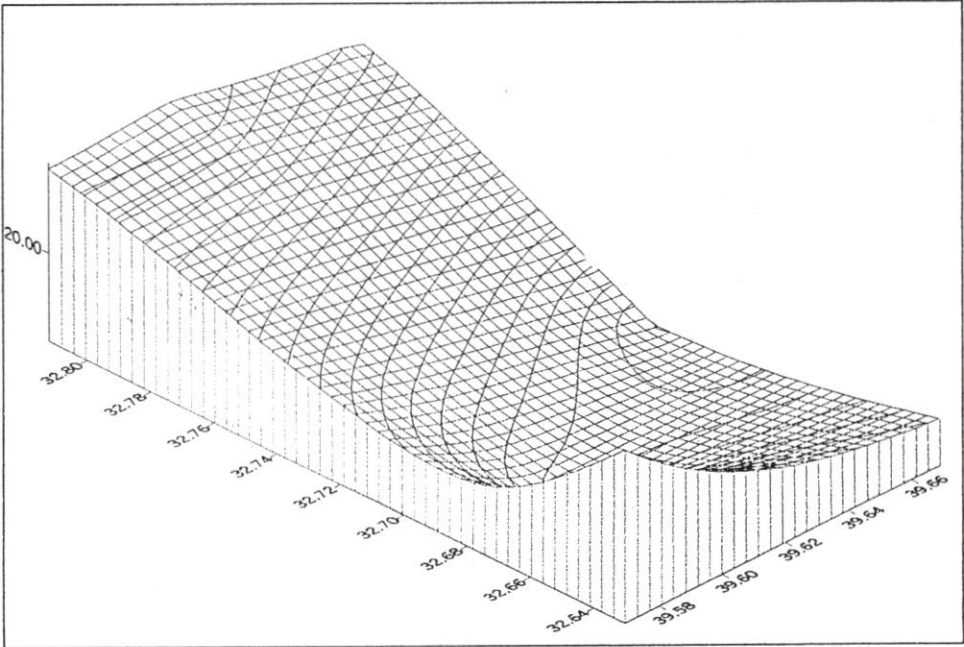


Son aşamada da N_2 değerlerinin prediksyonu yapılmıştır. Prediksyonun gücü hakkında fikir sahibi olabilmek için 426, N24, N23, 8006 ve 8005 noktalarının kestirim degerleri ile bilinen degerleri arasındaki farklardan yararlanarak ortalama fark 0.0003 ve standart sapma 0.0087 mgal olarak bulunmuştur.

Kestirilen jeoid yükseklikleri kullanılarak hesaplanan ortometrik yükseklikler bilinen dengeli nivelman yükseklikleriyle karşılaştırılmıştır. Bulunan farklar Çizelge 2'de görülmektedir. Farklardan hesaplanan ortalama hata 16.5 mm olarak bulunmuştur [Hein, G.W., 1985, Aydın, Ö. 1995].

Çizelge 2 Noktaların bilinen ve hesaplanan ortometrik yüksekliklerinin karşılaştırılması

NOKTA NO	BİLİLEN ORTOMETRİK YÜKSEKLİKLER (m)	ELİPSOİD YÜKSEKLİĞİ h_{ED-SO} [m]	KESTİRİLEN JEİD YÜKSEKLİĞİ	HESAPLANAN ORTOMETRİK YÜKSEKLİK	FARKLAR (mm)
426	1133.498	1128.940	-4.5562	1133.4962	1.8
N24	1073.208	1068.526	-4.6497	1073.1757	32.3
N23	1095.785	1090.943	-4.8370	1095.7800	5.0
8006	1137.966	1133.103	-4.8243	1137.9273	38.7
8005	1446.735	1441.805	-4.8912	1446.6962	38.8
ORT.	(mm)				23.32
R.M.S.	(mm)				16.5
STD.	(mm)				18.4
Nokta Sayısı					5



Şekil 2 Predikte edilen noktaların fark jeoidi