

ÖZET

Günümüzde GPS'den çok değişik jeodezik problemlerin çözümü için yararlanılmaktadır. Bu problemlerden birisi de nokta sıklaştırmasıdır. Nokta sıklaştırmasında GPS'den elde edilen koordinatlar ülke koordinat sistemine dönüştürülmelidir. Bu dönüşüm iki boyutlu veya üç boyutlu olarak yapılabilir. Bu yazıda, bu gibi çalışmalarda iki ve üç boyutlu dönüşümlerden hangisinin kullanılabileceği incelenecektir.

1-GİRİŞ

NAVSTAR GPS sistemi 1983'den beri jeodezik problemlerin çözümünde kullanılmaktadır. GPS ölçmelerinin ülkemizde de kamu kurum ve kuruluşları, üniversiteler ve özel sektör tarafından yaygın bir şekilde kullanılmaya başlanması, GPS ile elde edilen koordinat ve yüksekliklerin ülke koordinatlarına ve yüksekliklerine dönüştürülmesi ile ilgili problemleri de beraberinde getirmiştir.

Bilindiği gibi GPS'in ülke ölçmelerinde kullanımı

1. Mevcut ülke ağlarının incelenmesi, analizi ve iyileştirilmesi
2. Mevcut ülke ağlarının sıklaştırılması veya genişletilmesi
3. GPS ile yeni bir ülke ağı oluşturulması
4. Yükseklik ve jeoid belirleme

şeklinde dört ana başlık altında incelenebilir. Günümüzde GPS'den bu dört amaç için de yararlanılmaktadır.

Geleceğin Jeodezik GPS Ağlarının, hepsi de ± 1 cm gibi yüksek konum doğruluğuna sahip üç seviyede (dereceli) ağlar olacağı söylenebilir. Bu ağlar

1) İstanbul Teknik Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Doç.Dr.

- A Sevyesi : Kıtasal Referans Ağları
- B Sevyesi : Ülke Temel Ağları
- C Sevyesi : Bütün diğer GPS ölçmeleri

şeklinde derecelendirilebilir.

A Sevyesi, konumları VLBI (Very Long Baseline Interferometry) ve SLR (Satellite Laser Ranging) ölçmeleri ile belirlenen ITRF (International Earth Rotation Service Terrestrial Reference Frame) ve IGS (International Global Positioning System Geodynamics Service) noktalarına dayalı olarak GPS ile oluşturulan bir Kıtasal Ağdır. Bu ağda noktalar arasındaki uzaklıklar 300 -500 km kadardır. Bu tür ağlara bir örnek Avrupa Referans Ağı EUREF (European Reference Frame) dir. Buna benzer kıtasal ağlar Kuzey ve Güney Amerika'da da kurulmaktadır.

B Sevyesi, ara uzaklıkları 50 ile 100 km kadar olan noktaların oluşturduğu Ülke Ağlarıdır. Bu ağlara en güzel örnek Almanya Referans Ağı DREF (Deutsche Reference Frame) dir. Bu ağ ara uzaklıkları 70 ile 100 km arasında değişen 109 noktadan oluşmaktadır ve bu noktalardan 20 tanesi EUREF A Sevyesi noktasıdır.

C Sevyesi, B seviyesindeki noktalara bağlı olarak GPS ile belirlenen bütün diğer noktalardır. Bu noktalar da yine ± 1 cm konum doğruluğuna sahip olacaktır ve böylece bütün ülke yüzeyinde homojen bir koordinat sistemi oluşacaktır (Seeber, 1993).

Günümüzde bu derecelendirmeye göre GPS ağları kurulmaya başlanmıştır. Bazı ülkeler A Sevyesindeki kıtasal ağlara bağlı olarak B Sevyesindeki ülke ağlarını GPS ile oluşturarak bütün çalışmalarını bu ağa dayandırmaktadır. Bu yolun seçilmesi, klasik yöntemle kurulan eski ülke nirengi ağlarına dayalı olarak yapılan bütün çalışmaları yenileme zorunluluğunu da beraberinde getirmektedir. Oluşturulacak bu sistemle birlikte, referans elipsoidi olarak da WGS84 elipsoidini kullanmak daha akıllıca olacaktır. Bu yolla yeni koordinat sistemine ve yeni referans elipsoidine göre bütün çalışmalar yenilenecektir. Böylece sürekli olarak koordinat dönüşümü yapmaya gerek kalmayacaktır. Zor ve külfetli bir iş olmasına karşılık bütün ülkelere izlenmesi gereken yol budur. Ancak, tüm ülke için bu çalışmalar tamamlanıncaya kadar yine de GPS sisteminden ülke sistemine dönüşüm gerekecektir.

Aralarında Türkiye'nin de bulunduğu bazı ülkelerde ise, mevcut ağın GPS ile yapılacak ölçmelerle analizi bile yapılmadan, ülke ağının genellikle III. derece hatta IV. derece noktalarına dayalı bir sıklaştırma çalışması yapılmaktadır. GPS ile elde edilen koordinatların doğruluğu daha yüksek olmasına rağmen, bunlar ülke nirengi ağının koordinatlarından yararlanılarak ülke koordinat sistemine dönüştürüldüğü için, GPS'den elde edilen yüksek presizyon bir ölçüde kaybolmaktadır. Bu sonuçlar çalışılan bölgedeki ülke koordinatlarının doğruluğuna bağlı olarak her bölgede farklı doğrulukta olmaktadır.

Bu yazıda bu tür sıkılaştırma çalışmalarında uygulanacak dönüşüm yönteminin ne olması gerektiği, hangi yöntemin bu işler için yeterli olduğu incelenecektir. GPS ile elde edilen yüksekliklerin ülke yükseklik sistemine dönüştürülmesi ayrı bir bildiri olarak ele alındığı için burada sadece yatay koordinatların elde edilmesine ilişkin dönüşümler incelenecektir.

2- GPS KOORDİNATLARINDAN ÜLKE KOORDİNATLARINA DÖNÜŞÜM

GPS ile ölçme yapılan noktaların WGS84 sisteminde XYZ dik koordinatları ve WGS84 elipsoidine göre enlem, boylam ve yükseklikleri elde edilmektedir. GPS ölçmeleri ile bulunan bu koordinatların ülke koordinat sistemine dönüştürülebilmesi için, çalışma alanı içerisinde ve çevresine homojen olarak dağılmış, ülke sisteminde koordinatları bilinen yeterli sayıda noktada GPS ölçmeleri yapıp, bu noktaların WGS84 sistemindeki koordinatlarının bulunması gerekir. Her iki sistemde bilenen bu koordinatlarla WGS84 sisteminden ülke sistemine dönüşüm parametreleri hesaplanır. Bu parametreler yardımıyla yeni noktaların GPS'den bulunan koordinatları ülke sistemine dönüştürülür.

GPS sisteminden ülke sistemine dönüşüm iki boyutlu Helmert benzerlik dönüşümü ile veya üç boyutlu benzerlik dönüşümü ile gerçekleştirilebilir.

2.1- İki Boyutlu Helmert Benzerlik Dönüşümü

GPS sisteminden ülke sistemine iki boyutlu dönüşümü gerçekleştirebilmek için önce, GPS ölçüleri değerlendirilerek WGS84 elipsoidine göre elde edilen elipsoidal enlem ve boylam değerlerinden, WGS84 elipsoidinin parametreleri ile Gauss-Krüger projeksiyonunda noktaların SAĞA ve YUKARI değerleri hesaplanır. Eşlenik noktaların WGS84 elipsoidine göre bulunan bu koordinatları ve ülke sisteminde verilen SAĞA-YUKARI değerleri ile dönüşüm yapılır. Burada iki boyutlu Helmert benzerlik dönüşümüne ilişkin temel eşitlikler ve yapılan işlemler kısaca açıklanacaktır.

2.1.1- Sağa Ve Yukarı Değerlerin Hesaplanması

WGS84 elipsoidinin parametreleri

$$a = 6378137.0000 \text{ m}$$

$$b = 6356752.3141 \text{ m}$$

$$c = 6399593.6258 \text{ m}$$

$$1/f = 1/298.257223563 = 0.00335281066474$$

$$e^2 = 0.00669437999013$$

$$e'^2 = 0.00673949674227$$

olarak verilmektedir (DMA, 1987).

WGS84 elipsoidine göre enlemi B ve boylamı L olan noktanın Gauss-Krüger projeksiyonunda SAĞA ve YUKARI değerlerini hesaplamak için, WGS84 elipsoidinin yukarıda verilen parametreleri ile ilgili B enlemi için

$$\eta^2 = e'^2 \cos^2 B, \quad V^2 = 1 + \eta^2 = 1 + e'^2 \cos^2 B \quad (1)$$

$$t = \tan B, \quad N = \frac{c}{V}$$

ile

$$a_1 = N \cos B \quad (2a)$$

$$a_2 = -\frac{1}{2} N t \cos^2 B \quad (2b)$$

$$a_3 = -\frac{1}{6} N \cos^3 B (1 - t^2 + \eta^2) \quad (2c)$$

$$a_4 = \frac{1}{24} N t \cos^4 B (5 - t^2 + 9\eta^2 + 4\eta^4) \quad (2d)$$

$$a_5 = \frac{1}{120} N \cos^5 B (5 - 18t^2 + t^4) \quad (2e)$$

a_i ($i = 1, \dots, 5$) katsayıları hesaplanır (Aksoy, 1990b).

WGS84 elipsoidi üzerinde enlemi B olan bir noktaya kadar ekvatoradan itibaren meridyen yayı uzunluğu yukarıda verilen parametrelerle

$$G = 111132.95239262B^\circ - 16038.5158302 \sin 2B + 16.83085065 \sin 4B - 0.02231936 \sin 6B \quad (3)$$

eşitliği ile hesaplanır. Eşitlikte birinci terimde B enlemi derece biriminde alınacaktır (Aksoy, 1990a; Ayan v.d. 1996).

L noktanın boylamı, L_0 Gauss-Krüger projeksiyonunda dilim orta meridyeni boylamı olmak üzere

$$l = L - L_0 \quad (4)$$

denilirse

$$X = G + \Delta X = G - a_2 l^2 + a_4 l^4 + \dots \quad (5)$$

$$Y = a_1 l - a_3 l^3 + a_5 l^5 + \dots \quad (6)$$

elde edilir.

Noktanın SAĞA ve YUKARI değerleri,

$$SAĞA = 500000.000 + m_0 Y \quad (7)$$

$$YUKARI = m_0 X \quad (8)$$

eşitlikleriyle bulunur. 3 derecelik dilim için $m_0 = 1$, 6 derecelik dilim için $m_0 = 0.9996$ alınacaktır (Aksoy, 1990b).

2.1.2- Temel Eşitlikler

Birinci sistem koordinatlarına X', Y' ve ikinci sistem koordinatlarına X, Y denilirse, λ ölçek katsayısı ve γ dönüklük olmak üzere dönüşüm eşitlikleri

$$\begin{aligned} X &= X'_0 + \lambda X' \cos \gamma - \lambda Y' \sin \gamma \\ Y &= Y'_0 + \lambda X' \sin \gamma + \lambda Y' \cos \gamma \end{aligned} \quad (9)$$

şeklinde verilmektedir. Eşitlikte

$$X'_0 = k_{01}, \quad Y'_0 = k_{02}, \quad \lambda \cos \gamma = k_{11}, \quad \lambda \sin \gamma = k_{12} \quad (10)$$

denirse,

$$\begin{aligned} X &= k_{01} + X' k_{11} - Y' k_{12}, & Y &= k_{02} + X' k_{12} + Y' k_{11} \\ \lambda &= \sqrt{k_{11}^2 + k_{12}^2}, & \tan \gamma &= \frac{k_{12}}{k_{11}} \end{aligned} \quad (11)$$

olur. Burada $k_{01}, k_{02}, k_{11}, k_{12}$ belirlenmek istenilen dönüşüm parametreleridir. Bu parametrelerin belirlenmesi için 2 eşlenik nokta gerekir. İki den fazla eşlenik nokta varsa, 2. sistem koordinatları ölçü varsayılarak “dengeleme” yapılır. Bu durumda $i = 1, 2, 3, \dots, n$ sayıda eşlenik nokta olmak üzere düzeltme denklemleri

$$\begin{aligned} v_{X_i} &= k_{01} + X'_i k_{11} - Y'_i k_{12} - X_i \\ v_{Y_i} &= k_{02} + Y'_i k_{11} + X'_i k_{12} - Y_i \end{aligned} \quad (12)$$

olur. Kolaylık sağlamak için

$$X_s = \frac{[X]}{n}, \quad Y_s = \frac{[Y]}{n}, \quad X'_s = \frac{[X']}{n}, \quad Y'_s = \frac{[Y']}{n} \quad (13)$$

ağırlık merkezinin koordinatları ile

$$\Delta X_i = X_i - X_s, \quad \Delta Y_i = Y_i - Y_s, \quad S^2 = \Delta X^2 + \Delta Y^2, \quad (14)$$

$$\Delta X'_i = X'_i - X'_s, \quad \Delta Y'_i = Y'_i - Y'_s, \quad S'^2 = \Delta X'^2 + \Delta Y'^2 \quad (15)$$

denirse dönüşüm katsayıları

$$k_{11} = \frac{[\Delta X \Delta X'] + [\Delta Y \Delta Y']}{[S'^2]} \quad (16)$$

$$k_{12} = \frac{[\Delta Y \Delta X'] - [\Delta X \Delta Y']}{[S'^2]} \quad (17)$$

$$k_{01} = X_s - X'_s k_{11} + Y'_s k_{12} \quad (18)$$

$$k_{02} = Y_s - Y'_s k_{11} - X'_s k_{12} \quad (19)$$

elde edilir.

Kontrol için

$$\begin{aligned} [v_x] &= 0, \quad [v_y] = 0, \quad [X'v_x + Y'v_y] = 0, \quad [-Y'v_x + X'v_y] = 0 \\ [vv] &= [v_x^2] + [v_y^2] = [S^2] - [S'^2](k_{11}^2 + k_{12}^2) = [S^2] - [S'^2]\lambda^2 \end{aligned} \quad (20)$$

olmalıdır. Birim ölçünün karesel ortalama hatası

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{2n-4}} \quad (21)$$

eşitliği ile hesaplanır.

Eşlenik noktalar dışında, yalnız 1. sistemde X'_k, Y'_k koordinatları verilen bir P_k noktasının 2. sistemdeki koordinatları, dengelemeli olarak bulunan dönüşüm katsayıları ile,

$$\begin{aligned} X_k &= k_{01} + X'_k k_{11} - Y'_k k_{12} \\ Y_k &= k_{02} + Y'_k k_{11} + X'_k k_{12} \end{aligned} \quad (22)$$

eşitlikleri ile hesaplanır. Dönüşümle bulunan bu koordinatların karesel ortalama hataları,

$$m_{X_k} = m_{Y_k} = \pm m_0 \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{S_k'^2}{[S'^2]}} \quad (23)$$

ve ortalama konum hataları

$$m_p = \pm \sqrt{m_{X_k}^2 + m_{Y_k}^2} = \pm m_0 \sqrt{2} \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{S_k'^2}{[S'^2]}} \quad (24)$$

eşitlikleri ile bulunur. Eşitliklerde, $[S'^2]$ eşlenik noktaların ağırlık merkezine uzaklıklarının kareleri toplamı, S'_k ise eşlenik olmayan P_k noktasının ağırlık merkezine olan uzaklığıdır.

2.1.3- Verilen Koordinatlar İçin Uyuşum Testi

Her iki sistemde koordinatları verilen noktalar kümesi için uyum testi yapılmalı ve sonuçta uyumlu çıkan noktalar kullanılarak dönüşüm gerçekleştirilmelidir.

Verilen nokta koordinatları arasında uyumsuz (X,Y) ölçü çiftlerini saptamak için her noktaya ilişkin

$$q_i = 1 - \frac{1}{P} - \frac{\Delta X_i^2 + \Delta Y_i^2}{[S^2]} \quad (25)$$

değeri hesaplanır.

$$T_i = \sqrt{\frac{V_{X_i}^2 + V_{Y_i}^2}{2m_0^2 q_i}} \quad (26)$$

test büyüklüğü $\alpha=0.05$ yanılma olasılığı ile

$$C = \sqrt{(P-2)\left(1 - \left(\frac{\alpha}{P}\right)^{\frac{1}{P-3}}\right)} \quad (27)$$

kritik değerinden büyük çıkıyorsa, yani $T_i > C$ için ilgili koordinat çifti uyumsuz sayılır. Sıra ile uyumsuz koordinat çiftlerinin atılması ile dönüşüm ve test işlemleri tekrarlanır. (27) nolu eşitlikte geçen P dönüşümde kullanılan ortak nokta sayısıdır (Ayan v.d. 1996).

2.2- Üç Boyutlu Benzerlik Dönüşümü

Üç boyutlu benzerlik dönüşümü XYZ ve xyz ile gösterilen dik koordinat sistemleri arasında gerçekleştirilir. Bu dönüşüm için değişik modeller kullanılmaktadır. Üç boyutlu dönüşümlerde genelde üç öteleme (kayıklık) (X_0, Y_0, Z_0), üç dönüklük (ϵ, ψ, ω) ve bir ölçek (k) olmak üzere 7 parametre belirlenir.

Bu modeller:

- Bursa-Wolf Modeli
- Molodensky-Badekas Modeli
- Weis Modeli
- Krakiwsky-Thomson Modeli

olarak sıralanabilir. Bu modellerle ilgi ayrıntılı bilgi Krakiwsky and Thomson, 1974; Vanicek and Krakiwsky, 1992; Leick, 1990; Kılıçoğlu, 1995; gibi kaynaklarda

ayrıntılı olarak verilmektedir. Wolfrum, 1992’de ise 10 parametrelili bir model açıklanmaktadır.

Bu modellerin tam olarak uygulanabilmesi için her iki sistemde koordinatları bilinen ortak noktalar bulunmalıdır. GPS ile WGS84 sisteminde elde edilen üç boyutlu dik koordinatları xyz ile, dönüşümün yapılacağı Hayford elipsoidine göre ED50 datumunda dik koordinatları XYZ ile gösterecek olursak, dönüşüm xyz sisteminden XYZ sistemine yapılacaktır. xyz koordinatları GPS ölçmeleri ile belirlenmektedir. Buna karşılık ikinci sistemdeki XYZ dik koordinatları, ülke sisiteminde (ED50) Hayford elipsoidine göre verilen enlem, boylam ve elipsoidal yüksekliklerle

$$X = (N + h) \cos B \cos L \quad (28a)$$

$$Y = (N + h) \cos B \sin L \quad (28b)$$

$$Z = \left(\frac{b^2}{a^2} N + h \right) \sin B = \left[(1 - e^2) N + h \right] \sin B \quad (28c)$$

eşitlikleri ile hesaplanacaktır. Eşitliklerde geçen N meridyene dik doğrultudaki normal eğrilik yarıçapıdır ve (2) eşitlikleri ile

veya

$$N = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 B + b^2 \sin^2 B}} \quad (29)$$

eşitliği ile hesaplanır (Arslan 1987, Ayan v.d 1996).

Bu eşitliklerde geçen h elipsoidal yükseklikleri ile ortometrik yükseklikler H ve jeoid yükseklikleri (jeoid ondülasyonları) N arasında

$$h = H + N \quad (30)$$

bağıntısı vardır. Noktaların ortometrik yükseklikleri nivelmanla bulunmaktadır. Elipsoidal yüksekliklerin bulunabilmesi için her noktadaki jeoid yüksekliklerinin bilinmesi gerekir. Bu da, o bölgede jeoidin yeterli doğrulukla belirlenmiş olmasını gerektirir. Jeoid belirlenmişse yukardaki eşitlikler yardımıyla Hayford elipsoidine göre dik koordinatlar XYZ hesaplanabilir. Şayet jeoid belli değilse, bu dik koordinatların hesabı için gerekli olan h elipsoidal yükseklikleri bilinmeyendir. h elipsoidal yükseklikleri yerine yaklaşık olarak H ortometrik yükseklikleri alınırsa hesaplanan XYZ koordinatları bir miktar hatalı olacaktır. Eğer bölge pek büyük değilse, o bölgede jeoid yüzeyinin elipsoide paralel olduğu varsayılabilir. Bu durumda elipsoidal yükseklikler yerine H ortometrik yükseklikleri alınırsa, N jeoid yüksekliklerinin alınmayışı nedeniyle XYZ elipsoidal dik koordinat sisteminde bir ötelenme olacaktır. Bölge büyük ve engebeli ise, bu durumda jeoidle elipsoidin birbirine paralel oldukları düşünülemez. Noktalar arasındaki jeoid yükseklikleri farkı

$$\Delta N = \Delta h - \Delta H \quad (31)$$

olacaktır. Bu ΔN farkını elipsoidal yüksekliğin hatası dh gibi düşünecek olursak bunun XYZ dik koordinatlarına etkisi, yukarıda verilen (28a,b,c) numaralı eşitliklerin diferansiyeli alınarak elde edilen

$$dX = \cos B \cos L dh \quad (32a)$$

$$dY = \cos B \sin L dh \quad (32b)$$

$$dZ = \sin B dh \quad (32c)$$

eşitlikleriyle hesaplanabilir.

Bu değerler için bir fikir vermesi bakımından, örnek uygulamaların yapılacağı Zonguldak için elipsoidal enlem ve boylam yaklaşık olarak $B = 41^{\circ}30'$ ve $L = 31^{\circ}50'$ alınarak, dh 'nın değişik değerleri için hesaplanan dX , dY ve dZ hataları aşağıda Tablo 1'de verilmektedir.

Tablo 1 - Elipsoidal yükseklik hatasının XYZ dik koordinatlarına etkisi

dh (cm)	dX (cm)	dY (cm)	dZ (cm)
5	3.2	2.0	3.3
10	6.4	4.0	6.6
50	31.8	19.8	33.1
100	63.6	39.5	66.3

Eşlenik noktalar için ülke sistemindeki elipsoidal enlem, boylam ve ortometrik yüksekliklerle hesaplanan ve dX, dY, dZ kadar hatalı olan XYZ dik koordinatları ile dönüşüm parametreleri hesaplanır ve GPS ölçmelerinden elde edilen xyz koordinatları ülke sistemine dönüştürülürse, sonuçlar bir miktar hatalı olacaktır. Bu hatanın büyüklüğü çalışılan bölgede jeoidin değişiminin büyüklüğü ile orantılıdır.

Bunun yerine, eşlenik noktaların elipsoidal yükseklikleri $h = 0$ alınarak ülke sistemindeki elipsoidal enlem ve boylamı ile yine (28a,b,c) eşitlikleri ile XYZ dik koordinatları, aynı şekilde GPS ölçmeleri ile WGS84 elipsoidine göre elde edilen enlem ve boylamları ile yine elipsoidal yükseklikleri sıfır alınarak xyz dik koordinatları hesaplanır ve bu koordinatlarla dönüşüm parametreleri hesaplanırsa, elde edilen dönüşüm parametreleri yükseklik hatasından etkilenmeyecektir. Bu dönüşüm parametreleri kullanılarak GPS ölçmeleri ile bulunan koordinatlar ülke koordinat sistemine dönüştürülebilir. Bu dönüşümden elde edilen dik koordinatlardan ülke sistemindeki elipsoidal enlem ve boylamlar ve bunlara bağlı olarak SAĞA-YUKARI değerleri hesaplanır (Ayan v.d. 1996).

2.3- Zonguldak GPS Ağı'nın Ülke Sistemine Dönüşümü

Zonguldak GPS ağı, Zonguldak Merkez ve Zonguldak iline bağlı Kilimli, Çatalağzı, Kozlu, Muslu ve Hisarönü bölgelerini kapsayan, tesisleri İller Bankası Genel Müdürlüğü tarafından, ölçme ve hesapları İstanbul Teknik Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü tarafından yapılan yaklaşık 160 noktadan oluşan bir ağıdır. Ölçmeler 4-13 Ocak 1996 tarihleri arasında yapılmış ve noktaların Yığılca SLR noktasına bağlı olarak ITRF sisteminde koordinatları elde edilmiştir.

GPS koordinatlarından ülke koordinatlarına, yani ED50 koordinatlarına dönüşüm, ana ağ içerisinde yeralan ve ülke sisteminde koordinatları bilinen 0004, 0006, 0025, 0631, 2002, ve 4004 numaralı noktalar ile gerçekleştirilmiştir. Bu noktaların GPS sistemindeki koordinatları Yığılca SLR noktasının koordinatları sabit alınarak Bernesse yazılımı ile hesaplanmıştır.

GPS sisteminden ülke sistemine dönüşüm iki boyutlu Helmert benzerlik dönüşümü ve üç boyutlu benzerlik dönüşümü ile ayrı ayrı yapılmış sonuçlar karşılaştırılmıştır. Yapılan işlemler özet olarak aşağıdaki gibidir.

2.3.1- İki Boyutlu Helmert Benzerlik Dönüşümü

İki boyutlu Helmert benzerlik dönüşümünün yapılabilmesi için önce, Zonguldak nirengi ağı için yapılan GPS ölçülerinin değerlendirilmesiyle WGS84 elipsoidine göre elde edilen enlem ve boylamlarla, Dilim Orta Meridyeni boylamı 33 derece olan Gauss-Krüger diliminde SAĞA ve YUKARI değerler hesaplanmıştır. GPS'den elde edilen bu değerler, her iki sistemde koordinatları bilinen ortak noktalar (Eşlenik Noktalar) yardımıyla yukarda verilen eşitliklerle ülke sistemine dönüştürülmüştür. Yukardaki eşitliklerde X',Y' yerine GPS'den elde edilen ve WGS84elipsoidine göre hesaplanan SAĞA ve YUKARI değerler, X ve Y yerine de ülke sisteminde Hayford elipsoidine göre verilen SAĞA ve YUKARI değerler alınacaktır. Eşlenik Noktalar için her iki sistemdeki bu koordinatlar Tablo 2'de verilmiştir.

0004, 0006, 0025, 0631, 2002 ve 4004 numaralı altı ortak nokta ile yapılan iki boyutlu dönüşümün karesel ortalama hatası $m_0 = \pm 2.64$ cm dir. Verilen nokta koordinatları için yapılan uyuşum testi sonucu verilen koordinatların tamamının uyuşumlu oldukları görülmüştür. Uyuşum testi sonuçları Tablo 3'de, iki boyutlu Helmert dönüşümü katsayıları Tablo 4'de verilmektedir.

Ülke sistemine dönüştürülen koordinatlar için ortalama nokta konum hataları minimum ± 1.5 cm ile maksimum ± 4.4 cm (1114 nolu noktada) arasında değişmektedir ve ortalama ± 2.2 cm dir.

Tablo 2 - Eşlenik noktaların her iki sistemdeki koordinatları

Dilim genişliği = 3°

Dilim orta meridyeni = 33°

NOKTA NO	WGS84 Elipsoidine Göre		Ülke Sisteminde (ED50)	
	YUKARI X' (m)	SAĞA Y' (m)	YUKARI X (m)	SAĞA Y (m)
0004	4590254.686	397482.594	4590440.020	397509.650
0006	4589502.502	393714.758	4589687.781	393741.747
0025	4596172.092	404426.841	4596357.432	404454.065
0631	4595993.151	406701.640	4596178.505	406728.862
2002	4599549.800	410638.828	4599735.209	410666.098
4004	4598259.586	407051.753	4598444.964	407078.951

Tablo 3 - Koordinatı verilen noktalar için uyum testi

NOKTA NO	V_x (m)	V_y (m)	T	TAU = C	SONUÇ
0004	-0.036	0.004	1.221	1.786	UYUŞUMLU
0006	0.019	0.013	0.962	1.786	UYUŞUMLU
0025	0.024	-0.045	1.484	1.786	UYUŞUMLU
0631	0.000	-0.010	0.292	1.786	UYUŞUMLU
2002	-0.015	0.011	0.636	1.786	UYUŞUMLU
4004	0.008	0.026	0.851	1.786	UYUŞUMLU

Tablo 4- Dönüşüm katsayıları

Ortak Nokta Sayısı	6
k_{01}	119.1835
k_{02}	7.4365
k_{11}	1.000014663401839000
k_{12}	0.000003005274940182
Ölçek Katsayısı λ	1.000014663406355000
Dönüklük γ	0.000191
Ortalama Hata m_0	± 2.64 cm

2.3.2- Üç Boyutlu Benzerlik Dönüşümü

WGS84 sisteminden ülke sistemine dönüşümü sağlayan, her iki sistemde koordinatı bilinen noktaların, GPS ölçmelerinden bulunan elipsoidal yükseklikleri, verilen kotları ve hesaplanan jeoid yükseklikleri aşağıda Tablo 5’de verilmektedir.

Tablo 5- Dönüşümde kullanılan noktaların yükseklikleri

NOKTA NO	H (Verilen) (m)	h (Elipsoidal) (m)	N = h - H (m)
0004	268.3616	301.3876	33.0260
0006	88.2700	121.2050	32.9350
0025	280.9396	313.2957	32.3561
0631	62.0232	94.5203	32.4971
2002	205.4720	237.5971	32.1251
4004	152.1060	184.3058	32.1998

Nivelman dengelemesinde yükseklikleri değişmez olarak alınan ve ağıın iki ucunda bulunan 2002 nolu nokta ile 6 nolu noktalar arasındaki ortometrik yükseklik farkı $\Delta H = 117.202$ m dir. Bu noktalar arasındaki elipsoidal yükseklik farkı ise $\Delta h = 116.3921$ m dir. Bu noktalar arasındaki jeoid yüksekliklerinin farkı $\Delta N = \Delta h - \Delta H = -0.8099$ m dir. Yukardaki tabloya göre maksimum jeoid yükseklikleri farkı 4 ve 2002 numaralı noktalar arasındadır ve 0.9009 m dir. Minimum jeoid yükseklikleri farkı ise 2002 ve 4004 numaralı noktalar arasındadır ve 0.0747 m dir. Bu farklar doğudan batıya ve sahilden iç kesimlere doğru düzenli bir büyüme göstermektedir.

Eşlenik noktalar için, verilen kotlar ve Hayford elipsoidine göre enlem ve boylamla hesaplanan bu XYZ değerleri ve GPS’den bulunan xyz koordinatları ile üç boyutlu dönüşüm yapılır, dik koordinatlar ve bunlardan bulunan elipsoidal koordinatlar ülke sisteminde SAGA-YUKARI değerlere dönüştürülürse, bulunan koordinatlar, iki boyutlu transformasyonla bulunanlardan bir miktar farklı olacaktır. Bu farklılık jeoidin değişiminin büyüklüğü ile orantılıdır.

Ülke sisteminde Hayford elipsoidine göre XYZ dik kordinatlarını hesaplamak için, elipsoidal yükseklikler yerine ülke sistemindeki kotların alınmasıyla yapılan hata, yukarda verilen (32a,b,c) eşitlikleri ile hesaplanacak olursa, X de 4.8 cm ile 57.3 cm, Y de 3.0 cm ile 35.6 cm arasında ve Z de 5.0 cm ile 59.6 cm arasında değişecektir. Bu değişim 4004 nolu noktada minimum, 4 nolu noktada maksimum olmaktadır.

Zonguldak GPS ağındaki eşlenik noktaların nivelman dengelemesinden bulunan kotları ve ülke sisteminde Hayford elipsoidine göre verilen enlem ve boylamlarıyla hesaplanan XYZ dik koordinatları Tablo 6’da verilmektedir.

Tablo 6- Eşlenik noktaların verilen kotlarla Hayford elipsoidine göre hesaplanan XYZ dik koordinatları

NOKTA NO	X (m)	Y (m)	Z (m)
0004	4071024.248	2521553.700	4199574.302
0006	4073339.934	2518569.400	4198850.553
0025	4064031.921	2525291.224	4204087.192
0631	4062774.475	2527190.352	4203830.394
2002	4058780.028	2529287.634	4206625.703
4004	4061384.672	2526703.588	4205590.531

Bu koordinatlar ve GPS'den bulunan ve aşağıda Tablo 7'de verilen dik koordinatlarla hesaplanan üç boyutlu dönüşüm parametreleri Tablo 8'de verilmektedir.

Tablo 7- Eşlenik noktaların, GPS ölçmelerinin Bernesse yazılımı ile L3 frekansına göre yapılan değerlendirmelerinden elde edilen koordinatları

NOKTA NO	x (m)	y (m)	z (m)
0004	4070934.8838	2521462.7802	4199445.5819
0006	4073250.4385	2518478.4557	4198721.8009
0025	4063942.2471	2525199.9572	4203958.1046
0631	4062684.9236	2527099.1778	4203701.4285
2002	4058690.3275	2529196.3362	4206496.5116
4004	4061294.9509	2526612.3403	4205461.3833

Tablo 8- Eşlenik noktaların verilen kotlarla Hayford elipsoidine göre hesaplanan XYZ dik koordinatları ve GPS ölçmelerinden bulunan koordinatlarıyla hesaplanan üç boyutlu dönüşüm parametreleri

TRANSFORMASYON	PARAMETRELERİ
X_0	-281.267560151016700 m.
Y_0	-542.318318442364700 m.
Z_0	774.700927250962200 m.
ÖLÇEK k	1.000009685645701
ϵ	22.187623871533720 saniye
ψ	-21.049458782454150 saniye
ω	-7.960797176658154 saniye
K.O.H. m_0	35.245057575375700 mm

GPS ölçmeleri ile elde edilen XYZ dik koordinatları, yukarda verilen transformasyon parametreleri ile Hayford elipsoidine göre dik koordinatlara dönüştürülür. Bunlarla Hayford elipsoidine göre enlem, boylam ve yükseklikler hesaplanır. Bu elipsoidal enlem ve boylama göre ülke sisteminde SAĞA-YUKARI değerleri bulunur. Üç boyutlu dönüşümden bulunan bu değerlerle, iki boyutlu dönüşümden bulunan SAĞA-YUKARI değerleri arasındaki farklar (yaklaşık 160 nokta için $dY = Y_{3B} - Y_{2B}$ ve $dX = X_{3B} - X_{2B}$ şeklinde) incelendiğinde, SAĞA değerlerdeki farkların - 0.011 m ile + 0.018 m arasında, YUKARI değerlerdeki farkların ise - 0.054 m ile + 0.035 m arasında değiştiği görülmüştür. Bu farklar ortalama olarak SAĞA değerler için 0.005 m, YUKARI değerler için 0.017 m dir (Ayan v.d. 1996). Bu farklar nokta numaraları ile birlikte Tablo 9'da verilmektedir.

Tablo 9 - 3 Boyutlu dönüşümle ve 2 Boyutlu dönüşümle bulunan SAĞA-YUKARI değerler arasındaki minimum, maksimum ve ortalama farklar

NO = 1112	$dY_{MIN} = -0.011$	NO = 2	$dX_{MIN} = -0.054$
NO = 523	$dY_{MAX} = 0.018$	NO = 1112	$dX_{MAX} = 0.035$
$dY_{ORT} = 0.005$		$dX_{ORT} = 0.017$	

Hayford elipsoidine göre dik koordinatların hesaplanmasında, elipsoidal yükseklikler yerine ülke sisteminde verilen kotların alınmasıyla yapılan hata, üç boyutlu dönüşümle ülke sistemine dönüştürülen koordinatlardan SAĞA değerleri az, YUKARI değerleri daha fazla etkilemektedir. Tablo 9'da verilen değerlere göre bu fark, ortalama olarak, YUKARI değerlerde SAĞA değerlerdekine üç katı kadardır.

Eşlenik noktaların ülke sisteminde verilen enlem ve boylamlarıyla, elipsoidal yükseklikler sıfır alınarak Hayford elipsoidine göre hesaplanan XYZ dik koordinatları Tablo 10'da, GPS ile elde edilen elipsoidal enlem ve boylamlarla yine elipsoidal yükseklikler sıfır alınarak WGS84elipsoidine göre hesaplanan XYZ dik koordinatları aşağıda Tablo 11'de verilmektedir.

Tablo 10 - Eşlenik noktaların ülke sisteminde verilen elipsoidal enlem ve boylamları ile $h = 0$ alınarak Hayford elipsoidine göre hesaplanan XYZ dik koordinatları

NOKTA NO	X (m)	Y (m)	Z (m)
0004	4070853.2201	2521447.7669	4199396.6797
0006	4073283.6470	2518534.5974	4198792.1393
0025	4063853.1608	2525180.1468	4203901.0197
0631	4062735.0271	2527165.8136	4203789.2998
2002	4058649.4765	2529206.2792	4206489.4807
4004	4061287.9650	2526643.4237	4205489.7126

Tablo 11 - Eşlenik noktaların GPS ile bulunan elipsoidal enlem ve boylamları ile $h = 0$ alınarak WGS84 elipsoidine göre hesaplanan XYZ dik koordinatları

NOKTA NO	x (m)	y (m)	z (m)
0004	4070742.8103	2521343.8134	4199246.1098
0006	4073173.1488	2518430.6677	4198641.5934
0025	4063742.9285	2525076.1072	4203750.5294
0631	4062624.8064	2527061.7833	4203638.8054
2002	4058539.3622	2529102.2613	4206338.9941
4004	4061177.7698	2526539.4396	4205339.2248

Tablo 12- Eşlenik noktaların $h = 0$ alınarak Hayford elipsoidine göre hesaplanan XYZ dik koordinatları ve yine $h = 0$ alınarak GPS ölçmelerinden bulunan elipsoidal enlem ve boylamla WGS84 elipsoidine göre hesaplanan xyz dik koordinatlarıyla hesaplanan üç boyutlu dönüşüm parametreleri

TRANSFORMASYON	PARAMETRELERİ
X_0	124.996282464355700 m.
Y_0	77.363971066146280 m.
Z_0	9.938686663992561 m.
ÖLÇEK k	1.000014748091811
ϵ	-8.781835241825537E-001 saniye
ψ	3.442332971007583 saniye
ω	-3.698832815541419E-001 saniye
K.O.H. m_0	22.889766587816680mm.

Eşlenik noktaların ülke sisteminde ve GPS'den bulunan elipsoidal enlem ve boylamlarıyla, elipsoidal yükseklikler sıfır alınarak Hayford elipsoidine göre hesaplanan XYZ dik koordinatları ve WGS84 elipsoidine göre hesaplanan xyz dik koordinatları kullanılarak hesaplanan üç boyutlu transformasyon parametreleri Tablo 12'de verilmiştir. Bu parametrelerle diğer noktaların GPS'den bulunan dik koordinatları ülke sisteminde dik koordinatlara dönüştürülmüş, bunlardan Hayford elipsoidine göre enlem ve boylamlar ve bunlarla da SAĞA-YUKARI değerler hesaplanmıştır. Bu yöntemle yapılan üç boyutlu dönüşüm sonuçlarından hesaplanan SAĞA-YUKARI değerlerle iki boyutlu dönüşümle bulunan sonuçlar arasındaki farkların minimum, maksimum ve ortalama değerleri Tablo 13'de verilmektedir. Bulunan bu koordinatlar, hesaplarda ortaya çıkan küçük yuvarlatma farkları dikkate alınmazsa, iki boyutlu dönüşümle bulunan SAĞA-YUKARI değerlerin aynısıdır.

Tablo 13- Elipsoidal yükseklikleri sıfır alınarak hesaplanan XYZ dik koordinatlarıyla yapılan üç boyutlu dönüşümden bulunan SAĞA-YUKARI değerler ile iki boyutlu dönüşümle bulunan SAĞA-YUKARI değerler arasındaki minimum, maksimum ve ortalama farklar

NO = 575	$dY_{MIN} = -0.001$	NO = 705	$dX_{MIN} = -0.001$
NO = 526	$dY_{MAX} = 0.002$	NO = 512	$dX_{MAX} = 0.002$
$dY_{ORT} = 0.0006$		$dX_{ORT} = 0.0006$	

3- SONUÇ VE ÖNERİLER

GPS sisteminden ülke sistemine dönüşümü sağlamak için, ağ içerisine homojen olarak dağılmış koordinatı bilinen noktalarda GPS ölçmesi yapılmalıdır. Koordinatı bilinen noktalar I., II. veya zorunlu hallerde III. derece ülke nirengi noktaları olmalıdır.

İki boyutlu Helmert benzerlik dönüşümü ve yukarda sözü edilen iki değişik şekilde yapılan üç boyutlu dönüşüm sonuçları incelendiğinde, GPS ile bulunan koordinatların ülke sistemine dönüşümünün ya iki boyutlu Helmert benzerlik dönüşümüyle, ya da eşlenik noktaların yükseklikleri sıfır alınarak Hayford elipsoidine ve WGS84 elipsoidine göre hesaplanan XYZ dik koordinatlarıyla üç boyutlu olarak yapılmasının uygun olacağı söylenebilir. Bu iki yöntem aynı sonucu vermektedir. Ülke sisteminde Hayford elipsoidine göre dik koordinatların hesaplanmasında elipsoidal yükseklikler yerine kotların alınması sonuçları az da olsa olumsuz yönde etkilemekte ve pratik olarakda bir fayda sağlamamaktadır.

İki boyutlu Helmert benzerlik dönüşümü ile aynı sonucu vermekle birlikte, elipsoidal yükseklikler sıfır alınarak hesaplanan dik koordinatlarla yapılan üç boyutlu dönüşüm daha fazla işlem gerektirmektedir. Bunlardan iki boyutlu Helmert benzerlik dönüşümü daha kullanışlıdır. Bu nedenle, sıklaştırma amacıyla yapılan çalışmalarda, GPS ölçmeleriyle WGS84 sisteminde bulunan enlem ve boylamla, WGS84 elipsoidine göre Gauss-Krüger koordinatları (SAĞA-YUKARI) hesaplanmalıdır. Bunun için Bölüm 2.1.1’de verilen eşitlikler kullanılır. Ülke sisteminde koordinatı bilinen noktaların GPS ölçmelerinden bulunan Gauss-Krüger koordinatları ve ülke sistemindeki koordinatları ile **İki Boyutlu Helmert Benzerlik Dönüşümü** yapılarak dönüşüm parametreleri belirlenir. Koordinatı verilen noktalar için uyuşum testi yapıp, verilen koordinatların uyuşumlu çıkması durumunda, elde edilen dönüşüm parametreleri ile yeni noktalar için GPS ölçmelerinden hesaplanan SAĞA-YUKARI değerleri ülke sistemine dönüştürülmelidir.

KAYNAKLAR

- AKSOY, A. ; GÜNEŞ, İ.H. (1990a) : Jeodezi I, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası 1990, İstanbul.
- AKSOY, A. ; GÜNEŞ, İ.H. (1990b) : Jeodezi II, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası 1990, İstanbul.
- ARSLAN, E. (1987) : İki ve Üç Boyutlu Dengeleme Modellerinin Uygulamalı Karşılaştırması, Doktora Tezi , İ.T.Ü. 1987, İstanbul.
- AYAN, T. ; BAYKAL, O. ; AKSOY, A. (1996) : Zonguldak GPS Ağı Projesi, DENİZ, R. ; BAZ, İ. ; ARSLAN, E. ; İ.T.Ü. İnşaat Fakültesi, 1996
- ŞAHİN, M. ; COŞKUN, M.Z. ;
- İNCE, C.D. ; ÜSTÜNTAŞ, T.
- DMA (1987) : DMA Technical Report, Supplement to Department of Defense World Geodetic Sysyem 1984 (WGS84) Technical Report, Part I DMA, Building 56 U.S. Naval Observatory, Washigton, DC 20305-3000.
- KILIÇOĞLU, A. (1996) : Jeodezide Dönüşümler, Yüksek Lisans Tezi, İ.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü 1996.
- KRAKIWSKY, E.J. ; THOMSON, D.B. (1974) : Mathematical Methodts for the Combination of Terrestrial and Satellite Networks, The Canadian Surveyor, Vol.28, No.5.
- LEICK, A. (1990) : GPS Satellite Surveying, John Wiley & Sons.
- SEEBER, G. (1993) : Satellite Geodesy, Walter de Gruyter, Berlin - New York.
- VANICEK, P. , KRAKIWSKY, E. (1992) : Geodesy : The Concepts, North Holland Publishing Company, Amsterdam-New York.
- WOLFRUM, O. (1992) : Merging Terrestrial and Satellite Networks by a Ten Parameter Transformation Model, Manuscripta Geodetica, Vol.17, No.5.