

FARKLI PARAMETRELERE SAHİP EKSENLERİN KESİM NOKTASININ VE KESİŞME AÇISININ HESABI

Doç. Dr. İBRAHİM KOÇ
Y.T.Ü. İnşaat Fak.
Jeodezi ve Fot. Böl.

ÖZET

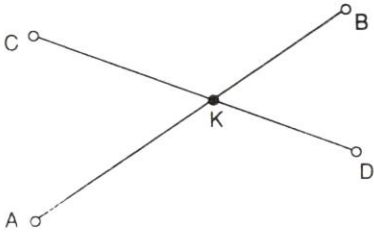
Özellikle şehirlerarası karayolları ve demiryollarının standartlarının iyileştirilmesi için kavşaklardaki hesaplama ve aplikasyon işleri büyük önem taşımaktadır. Bu amaçla farklı parametrelere sahip eksenlerin kesim noktasının hesabı için bir program hazırlanarak denenmiş ve olumlu sonuç alınmıştır. Program, klotoid, daire, doğru şeklindeki farklı parametreye sahip eksenlerin kesim noktasının koordinatlarını ve kesim noktasının eksenlerin başlangıç noktasına olan uzaklığını mm hassasiyetinde vermektedir. Bunun için eksenlerin başlangıç ve bitim noktalarına ait koordinat değerleri ile birlikte eksenlere ait parametrelerin bilinmesi gerekir. Bu çalışmada 6 değişik durum çözülmüş ve sonuçları sergilenmiştir.

1 GİRİŞ

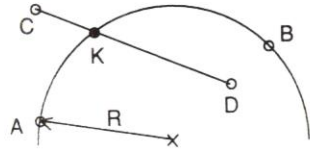
Yol kavşaklarında eksenlerin kesim noktasını tam olarak belirlemek gereklidir. Özellikle yapılarda eksenlerin kesişme açısı (köprü açısı) elde edilmelidir. Bu elemanlar hem hesap yolu ile hem de ölçü ile belirlenebilir. Hesap için, kesişen eksenlerin ana noktalarının aynı koordinat sisteminde belli olması ön koşuldur. Eğer eksenler farklı koordinat sistemlerinde ise ilave ölçüler ile aynı sisteme dönüştürülmelidir.

Değişik nedenlerle eksenler birbirlerini keserler. Özellikle bu durum yol eksenlerinin kesişmesinde ortaya çıkar. Eksenlerin kesişmesi aşağıdaki durumlardan birisi olarak meydana gelebilir.

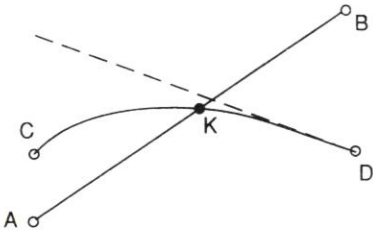
- | | |
|---------------------|-----------------------|
| – Doğru ile doğru | – Daire ile klotoid |
| – Doğru ile daire | – Daire ile daire |
| – Doğru ile klotoid | – Klotoid ile klotoid |



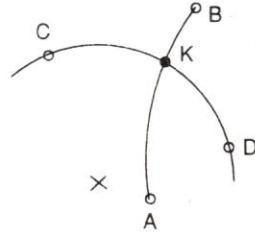
Şekil 1
Doğru ile doğru



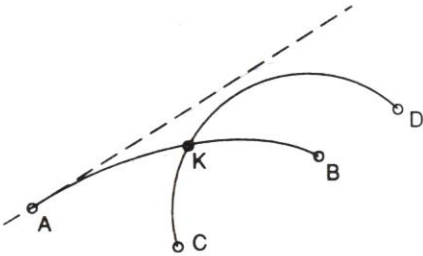
Şekil 2
Doğru ile daire



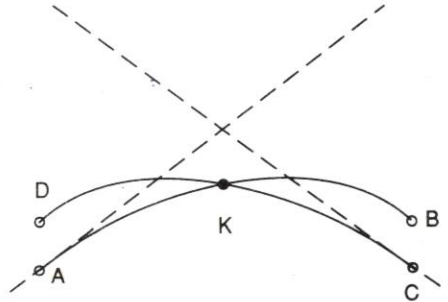
Şekil 3
Doğru ile klotoid



Şekil 4
Daire ile daire



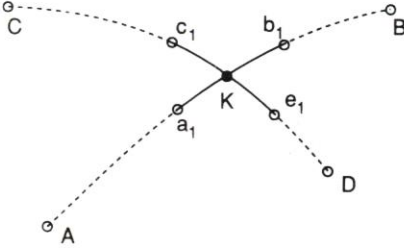
Şekil 5
Klotoid ile daire



Şekil 6
Klotoid ile klotoid

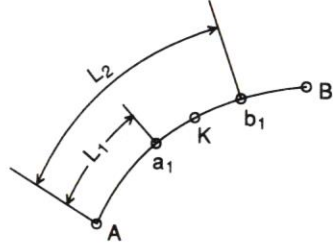
2 KESİM NOKTASININ BULUNMASI İÇİN GEREKLİ VERİLER

Eksenlerin kesim noktasını belirlemek için, bunların başlangıç ve bitim noktalarının koordinatları verilmelidir. Yani A, B, C, D'nin koordinatları bilinmelidir. K kesim noktası mutlaka bu noktaların arasında kalmalıdır.



Şekil 7

Yineleme hesabı için başlangıç noktalarının seçilmesi



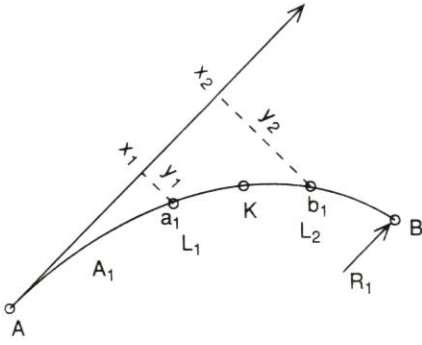
Şekil 8

Noktaların başlangıca uzaklıkları

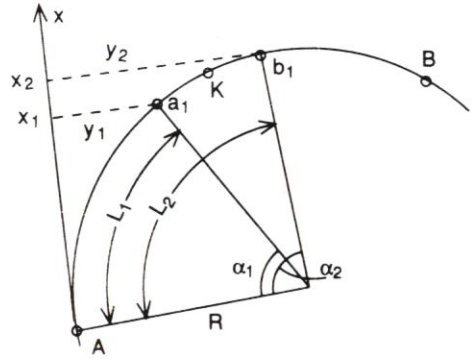
A birinci eksenin, C ikinci eksenin başlangıç noktasıdır. Yineleme hesabına başlayabilmek için kesim noktasına yakın a_1 , b_1 , c_1 , e_1 yardımcı noktaları belirlenir (Şekil 7). Bu noktaların eksenin başlangıç noktasına olan uzunlukları grafik olarak belirlenir (Şekil 8). Eğer kullanılan eksen klotoid ise A ve R parametresi, daire ise R parametresi verilmelidir. Bunların yanı sıra hesap yönüne göre daire merkezinin yeri dikkate alınmalıdır. Her iki eksene ait yukarıdaki veriler kullanılarak yardımcı noktaların hesabına geçilir.

2.1 YARDIMCI NOKTALARIN HESABI

Yukarıda a_1 , b_1 , c_1 , e_1 noktaları yardımcı nokta olarak tanımlanmıştı. L_i değerleri kullanılarak yardımcı noktaların önce yerel koordinatları daha sonra memleket koordinatları hesaplanır.



Şekil 9
Klotoid üzerindeki yardımcı noktalar

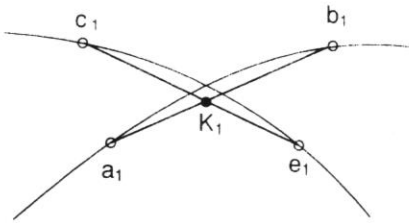


Şekil 10
Daire üzerindeki yardımcı noktalar

Klotoid üzerindeki yardımcı noktaların koordinat hesabı, [1]'deki "Klotoid hesapları" bölümünde, daire üzerindeki yardımcı noktaların hesabı aynı eserin "Yol eksenli aplikasyon programı" bölümünde detaylı olarak incelenmiştir. Aynı konu [2]'de de incelenmiştir.

2.2 EKSENLERİN KESİM NOKTASININ HESABI

Yukarıdaki esaslar çerçevesinde a_1 , b_1 , c_1 , e_1 noktalarının memleket koordinatları elde edilir.



Şekil 11
Yardımcı doğruların kesim noktası

Yardımcı noktaları birleştiren $\overline{a_1 b_1}$ doğrusu ile $\overline{c_1 e_1}$ doğrusunun kesim noktası K_1 'in koordinat hesabı yapılır.

Aşağıdaki bağıntılarla bu işlem çözülür.

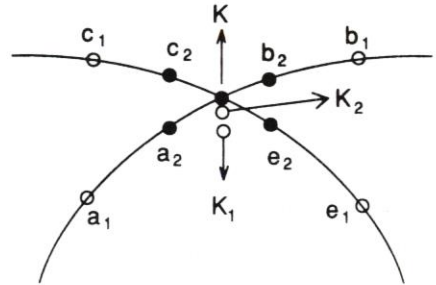
$$\left. \begin{aligned} m_1 &= (y_{b1} - y_{a1}) / (x_{b1} - x_{a1}) \\ m_2 &= (y_{e1} - y_{c1}) / (x_{e1} - x_{c1}) \\ n_1 &= y_{a1} - m_1 \cdot x_{a1} \\ n_2 &= y_{c1} - m_2 \cdot x_{c1} \\ x_{K1} &= (n_2 - n_1) / (m_1 - m_2) \\ y_{K1} &= m_2 \cdot x_{K1} + n_2 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Böylece K_1 kesim noktasının ülke koordinatları elde edilir.

2.3 YENİ YARDIMCI NOKTALARIN HESABI

K_1 noktasının koordinatları kullanılarak $\overline{a_1 K_1}$, $\overline{b_1 K_1}$, $\overline{c_1 K_1}$ ve $\overline{e_1 K_1}$ uzunlukları hesaplanır. Bu uzunluklar yardımı ile yeni yardımcı noktaların eğri boyunca başlangıca olan uzunlukları

$$\begin{aligned} \widehat{Aa_2} &= \widehat{Aa_1} + \overline{a_1 K_1} \\ \widehat{Ab_2} &= \widehat{Ab_1} - \overline{b_1 K_1} \\ \widehat{Cc_2} &= \widehat{Cc_1} + \overline{c_1 K_1} \\ \widehat{Ce_2} &= \widehat{Ce_1} - \overline{e_1 K_1} \end{aligned} \quad (2)$$



Şekil 12
Tekrarlama hesabı ile kesim noktasının bulunması

bağıntıları ile hesaplanır. Böylece yeni yardımcı noktaların yani a_2 , b_2 , c_2 , e_2 noktalarının başlangıca olan uzunlukları bulunur. Bu başlangıca olan uzunluklar ve eğrilerin parametreleri de dikkate alınarak a_2 , b_2 , c_2 ve e_2 noktalarının memleket koordinatları hesaplanır. Bu defa yeni yardımcı noktalar kullanılarak oluşturulan doğruların kesim noktası K_2 nin hesabına geçilir. Yeni elde edilecek olan K_2 noktası K_1 'e göre kesim noktasına daha yakın olacaktır. (2) bağıntısında geçen Aa_1 , Ab_1 , Cc_1 ve Ce_1 klotoid ve dairede eğrisel uzunluk, doğruda ise çizgisel uzunluktur.

2.4 YENİ KESİM NOKTASININ HESABI

$\overline{a_2 b_2}$ doğrusu ile $\overline{c_2 e_2}$ doğrusunun K_2 kesim noktasının koordinatı (1) bağlantıları kullanılarak hesaplanır. Ancak bu defa formüllerdeki değerlerin yerine yeni yardımcı noktaların koordinatları gelecektir.

2.5 KESİM NOKTASININ KESİNLEŞTİRİLMESİ

K_2 noktası ile K_1 noktası arasındaki uzunluk hesaplanır. Son olarak bulunan kesim noktasının gerçek kesim noktası olması için $\overline{K_2 K_1} \equiv 0$ olması gerekir. Eğer bu uzunluk öngörülen tolerans içinde 0 (sıfır) ise kesim noktası bulunmuş demektir. Eğer $\overline{K_2 K_1} \neq 0$ ise yeni yardımcı noktalar hesaplanarak yeni kesim noktaları hesaplanmaya devam edilir. Öyle ki son bulunan kesim noktası ile önceki kesim noktası arasındaki uzunluk 0 olsun. Böylece $K_n = K$ kesim noktası belirlenmiş olur. En son yardımcı noktalar a_n , b_n , c_n ve e_n , son kesim noktası K ise, kesim noktasının başlangıca uzaklığı

$$\begin{aligned}\widehat{AK} &= \widehat{Aa_n} + \overline{a_n K} \\ \widehat{CK} &= \widehat{Cc_n} + \overline{c_n K}\end{aligned}\tag{3}$$

şeklinde elde edilir.

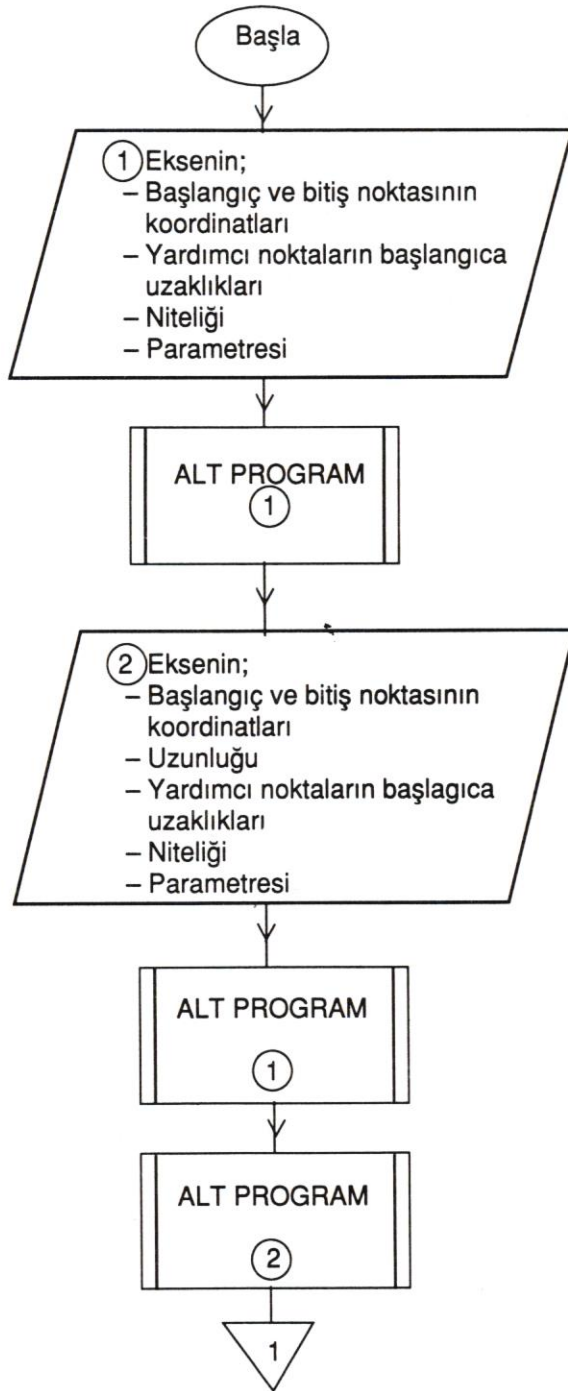
[4] de bu konu ile ilgili olarak özet bilgi verilmiştir.

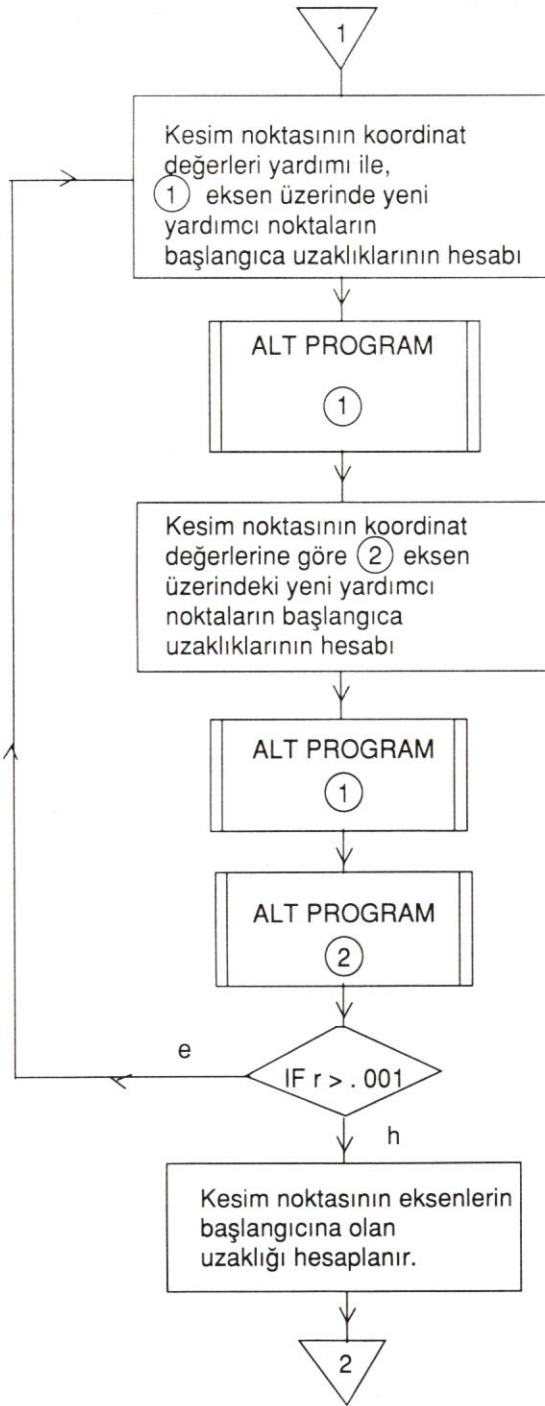
Böyle bir problem Casio 850 P hesaplayıcısı ile 0,001 m hassasiyetle kesim noktası en çok 1,5 dakikada hesaplanmaktadır.

Not: Klotoide ait yardımcı noktaların başlangıca olan uzaklıklarını hesap makinesine girerken dikkatli olmak gerekir. Klotoid için başlangıç noktası her zaman eğrilik yarıçapının sonsuz olduğu KA noktasıdır. Yardımcı noktaların başlangıca olan uzaklığı daima KA noktasına göre ifade edilmelidir. Hesap yönü daima KA dan KE ye doğru seçilmelidir. Daire merkezinin yerini bu yöne doğru tarif etmek gerekir. Çünkü klotoid ara noktalarının yerel koordinatları, bu noktaların eğrilik yarıçapının sonsuz olduğu KA noktasına olan uzaklığın fonksiyonudur. Doğru ve daire için başlangıç noktası herhangi bir uçtan başlayabilir. Hesap yönü bu tercihe göre oluşur.

KA eğriliğin $\frac{1}{\infty} = 0$, KE ise eğriliğin $\frac{1}{R}$ olduğu noktalardır.

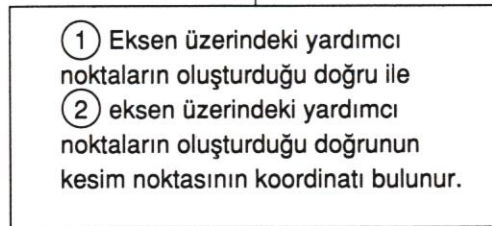
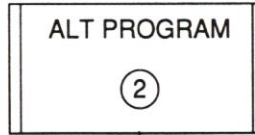
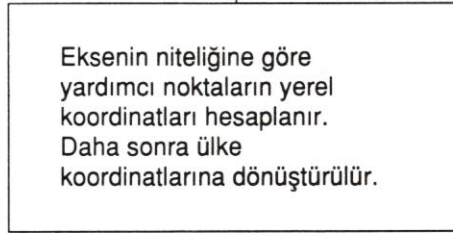
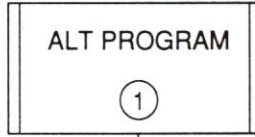
2.6 EKSENLERİN KESİM NOKTASI HESABI İÇİN AKIŞ PLANI





h = hayır
e = evet

r = eski kesim noktası
ile yeni kesim noktası
arasındaki uzaklık



2.7 EKSENLERİN KESİM NOKTASININ HESABI İÇİN PROGRAM

```
10  ERASE L, T, X, Y, x, y, B, C
20  DIM L(4), X(4), Y(4), x(4), y(4)
30  DIM T(4), B(4), C(4)
40  INPUT "yb1=", yb1, "xb1=", xb1
50  INPUT "ys1=", ys1, "xs1=", xs1
60  yb = yb1 : xb = xb1 : ys = ys1 : xs = xs1
70  FOR I = 1 TO 4
80  PRINT "C" ; I ; "=" ; : INPUT C (I)
90  L(I) = C(I)
100 NEXT I
110 INPUT "1 OR 2 OR 3" ; D1
120 ON D1 GO TO 130, 170, 200
130 INPUT "A1=", A1, "R1=", R1
140 INPUT "D.M.Y.=" , J1$
150 A = A1 : R = R1 : J$ = J1$ : D = D1
160 GO TO 210
170 INPUT "R1=", R1 , "D.M.Y.=" , J1$
180 R = R1 : J$ = J1$ : D = D1
190 GO TO 210
200 D = D1
210 GOSUB 7000
220 ay = y(2) : by = y(3)
230 ax = x(2) : bx = x(3)
240 INPUT "yb2=", yb2, "xb2=", xb2
250 INPUT "ys2=", ys2, "xs2=", xs2
260 yb = yb2 : ys = ys2 : xb = xb2 : xs = xs2
270 FOR I = 1 TO 4
280 PRINT "B" ; I ; "=" ; : INPUT B(I)
290 L(I) = B(I)
300 NEXT I
310 INPUT "1 OR 2 OR 3" ; D2
320 ON D2 GO TO 330, 370, 400
330 INPUT "A2=", A2 , "R2=", R2
340 INPUT "D.M.Y.=" , J2$
350 A = A2 : R = R2 : J$ = J2$ : D = D2
```

```

360 GO TO 410
370 INPUT "R2=", R2, "D.M.Y.=" , J2$
380 R = R2 ; J$ = J2$ : D = D2
390 GO TO 410
400 D = D2
410 GOSUB 7000
420  $c_y = y(2) : e_y = y(3)$ 
430  $c_x = x(2) : e_x = x(3)$ 
440 GOSUB 8000
441 IF D1 = 3 THEN 452
450  $yz = yk : xz = xk$ 
451 GO TO 460
452 IF D2 = 3 THEN 982
460  $a_L = \text{SQR} ( (y_z - a_y)^2 + (x_z - a_x)^2 )$ 
470  $b_L = \text{SQR} ( (y_z - b_y)^2 + (x_z - b_x)^2 )$ 
480  $y_b = y_{b1} : x_b = x_{b1} : y_s = y_{s1} : x_s = x_{s1}$ 
490  $L(1) = 0 : L(4) = C(4)$ 
500 IF  $C(2) > C(3)$  THEN 540
501 IF  $C(2) = C(3)$  THEN 531
510  $L(2) = C(2) + a_L : C(2) = L(2)$ 
520  $L(3) = C(3) - b_L : C(3) = L(3)$ 
530 GO TO 560
531  $L(2) = C(2) : C(2) = L(2)$ 
532  $L(3) = C(3) : C(3) = L(3)$ 
533 GO TO 560
540  $L(2) = C(2) - a_L : C(2) = L(2)$ 
550  $L(3) = C(3) + b_L : C(3) = L(3)$ 
560 ON D1 GO TO 570 , 590 , 610
570  $A = A1 : R = R1 : J\$ = J1\$ ; D = D1$ 
580 GO TO 620
590  $R = R1 : J\$ = J1\$ : D = D1$ 
600 GO TO 620
610  $D = D1$ 
620 GOSUB 7000
630  $a_y = y(2) : b_y = y(3)$ 
640  $a_x = x(2) : b_x = x(3)$ 
650  $cL = \text{SQR} ( (y_z - c_y)^2 + (x_z - c_x)^2 )$ 

```

```

660  eL = SQR ( (yz - ey) ^ 2 + (xz - ex) ^ 2 )
670  L(1) = 0 : L(4) = B(4)
680  yb = yb2 : xb = xb2 : xs = xs2 : ys = ys2
690  IF B(2) > B(3) THEN 730
691  IF B(2) = B(3) THEN 721
700  L(2) = B(2) + cL : B(2) = L(2)
710  L(3) = B(3) - eL : B(3) = L(3)
720  GO TO 750
721  L(2) = B(2) : B(2) = L(2)
722  L(3) = B(3) : B(3) = L(3)
723  GO TO 750
730  L(2) = B(2) - cL : B(2) = L(2)
740  L(3) = B(3) + eL : B(3) = L(3)
750  ON D2 GO TO 760, 780, 800
760  A = A2 : R = R2 : J$ = J2$ : D = D2
770  GO TO 810
780  R = R2 : J$ = J2$ : D = D2
770  GO TO 810
780  R = R2 : J$ = J2$ : D = D2
790  GO TO 810
800  D = D2
810  GOSUB 7000
820  cy = y(2) : ey = y(3)
830  cx = x(2) : ex = x(3)
840  GOSUB 8000
850  r = SQR ( (yz - yk) ^ 2 + (xz - xk) ^ 2 )
860  IF r > .001 THEN 450
870  aL = SQR ( (yk - ay) ^ 2 + (xk - ax) ^ 2 )
880  bL = SQR ( (yk - by) ^ 2 + (xk - bx) ^ 2 )
890  cL = SQR ( (yk - cy) ^ 2 + (xk - cx) ^ 2 )
900  eL = SQR ( (yk - ey) ^ 2 + (xk - ex) ^ 2 )
910  IF C(2) > C(3) THEN 940
911  IF C(2) = C(3) THEN 931
920  C(2) = C(2) + aL : C(3) = C(3) - bL
930  GO TO 950
931  C(2) = C(2) : C(3) = C(3)
932  GO TO 950

```

```

940  C(2) = C(2) - aL : C(3) = C(3) + bL
950  IF B(2) > B(3) THEN 980
951  IF B(2) = B(3) THEN 971
960  B(2) = B(2) + cL : B(3) = B(3) - eL
970  GO TO 990
971  B(2) = B(2) : B(3) = B(3)
972  GO TO 990
980  B(2) = B(2) - cL : B(3) = B(3) + eL
981  GO TO 990
982  C(2) = SQR ( (yk - yb1) ^ 2 + (xk - xb1) ^ 2 ) : C(3) = C(2)
983  B(2) = SQR ( (yk - yb2) ^ 2 + (xk - xb2) ^ 2 ) : B(3) = B(2)
990  SET F3
1000 PRINT "Kesim n. nin koor."
1010 PRINT "yk=" ; yk ; "xk=" ; xk
1020 PRINT "aL=" ; aL ; "bL=" ; bL
1030 PRINT "cL=" ; cL ; "eL=" ; eL
1040 PRINT "C(2)=" ; C(2)
1050 PRINT "C(3)=" ; C(3)
1060 PRINT "B(2)=" ; B(2)
1070 PRINT "B(3)=" ; B(3)
1080 GO TO 1100
1090 PRINT "Ölçek h. var"
1100 END

```

ALT PROGRAM ①

```

7000  ON D GO TO 7010, 7270, 7360
7010  FOR I = 1 TO 4
7020  L(I) = L(I) / A : T(I) = L(I) ^ 2 / 2
7030  n = 2 : z = - T(I) ^ 2 : a = 10 : b = 1
7050  Q = 1 + z / (a * b)
7060  n = n + 1 : z = - z * T(I) ^ 2
7070  a = a + 8 : b = b * (2 * n - 3) * (2 * n - 2)
7080  H = z / (a * b)
7090  Q = Q + H
7100  IF ABS H >= 5 * 10-7 THEN 7060
7110  X(I) = A * L(I) * Q

```

```

7120 REM "Ordinat h."
7130 n = 1 : z = T(I) : a = 3 : b = 1
7140 S = z / (a * b)
7150 n = n + 1 : a = a + 4
7160 z = -z * T(I)^2
7170 b = b * (2 * n - 2) * (2 * n - 1)
7180 G = z / (a * b)
7190 S = S + G
7200 IF ABS G >= 5 * 10^-7 THEN 7150
7210 IF J$ = "O" THEN 7240
7220 Y(I) = A * L(I) * S
7230 GO TO 7250
7240 Y(I) = - A * L(I) * S
7250 NEXT I
7260 GO TO 7410
7270 FOR I = 1 TO 4
7280 T(I) = L(I) * 63,6620 / R
7290 X(I) = R * sin T(I)
7300 IF J$ = "O" THEN 7330
7310 Y(I) = R * (1 - cos T(I))
7320 GO TO 7340
7330 Y(I) = - R * (1 - cos T(I))
7340 NEXT I
7350 GO TO 7410
7360 FOR I = 1 TO 4
7370 X(I) = L(I)
7380 Y(I) = 0
7390 NEXT I
7400 REM "Ülke koor. dönüşüm"
7410 DX = X(4) - X(1) : DY = Y(4) - Y(1)
7420 dx = xs - xb : dy = ys - yb
7430 P = (DX^2 + DY^2)
7440 a = (DX * dx + DY * dy) / P
7450 o = (dy * DX - dx * DY) / P
7460 m = SQR(a^2 + o^2)
7470 q = 1 - m
7480 IF ABS q >= .0015 THEN 1090

```



```

7490  $x_m = (x_s + x_b) / 2$  :  $y_m = (y_s + y_b) / 2$ 
7500  $X_M = (X(1) + X(4)) / 2$ 
7510  $Y_M = (Y(1) + Y(4)) / 2$ 
7520  $x_0 = x_m - a * X_M + o * Y_M$ 
7530  $y_0 = y_m - o * X_M - a * Y_M$ 
7540 FOR I = 1 TO 4
7550  $y(I) = y_0 + o * X(I) + a * Y(I)$ 
7560  $x(I) = x_0 + a * X(I) - o * Y(I)$ 
7570 NEXT I
7580 RETURN

```

ALT PROGRAM ②

```

8000 IF  $b_x = a_x$  THEN 8100
8010 IF  $e_x = c_x$  THEN 8180
8020  $m_1 = (b_y - a_y) / (b_x - a_x)$ 
8030  $m_2 = (e_y - c_y) / (e_x - c_x)$ 
8040  $n_1 = a_y - m_1 * a_x$ 
8050  $n_2 = c_y - m_2 * c_x$ 
8060 IF  $m_1 = m_2$  THEN 8160
8070  $x_k = (n_2 - n_1) / (m_1 - m_2)$ 
8080  $y_k = m_2 * x_k + n_2$ 
8090 GO TO 8220
8100 IF  $e_x = c_x$  THEN 8160
8110  $x_k = a_x$ 
8120  $m_2 = (e_y - c_y) / (e_x - c_x)$ 
8130  $n_2 = c_y - m_2 * c_x$ 
8140  $y_k = m_2 * x_k + n_2$ 
8150 GO TO 8220
8160 PRINT "Doğrular paraleldir"
8170 GO TO 8220
8180  $x_k = e_x$ 
8190  $m_1 = (b_y - a_y) / (b_x - a_x)$ 
8200  $n_1 = a_y - m_1 * a_x$ 
8210  $y_k = m_1 * x_k + n_1$ 
8220 RETURN

```

2.8 EKSENLERİN KESİM NOKTASINA İLİŞKİN SAYISAL UYGULAMALAR

N.N.	Y (m)	X (m)
KA ₁	10,000	10,000
KE ₁	185,026	120,930
KA ₂	270,00	10,000
KE ₂	86,321	118,765

Yazılmış olan program şekil 13'deki 6 farklı olasılığa göre denenerek olumlu sonuç alınmış ve sonuçlar aşağıda sergilenmiştir. Tablodaki değerler Şekil 13'deki klotoidlerin başlangıç ve bitim noktalarının koordinatlarıdır.

Klotoid - Klotoid

KA₁ – KE₁ klotoidi ile KA₂ – KE₂ klotoidinin kesim noktası olan K₁ noktasının hesabı. Bölüm 2.7 deki programa göre çözülmüştür (Bakınız şekil 13).

1- Eğrinin parametreleri

$$A_1 = 250 \text{ m}$$

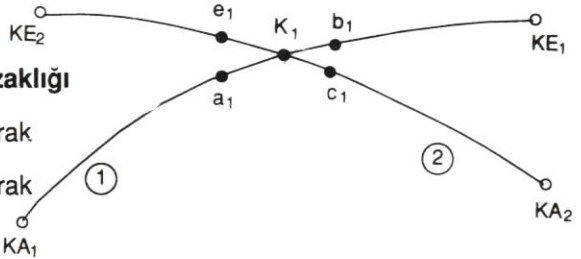
$$R_1 = 300 \text{ m}$$

Yardımcı noktaların başlangıca uzaklığı

$$\widehat{KA_1 a_1} = 150,00 \text{ m} \rightarrow \text{grafik olarak}$$

$$\widehat{KA_1 b_1} = 156,00 \text{ m} \rightarrow \text{grafik olarak}$$

$$\widehat{KA_1 KE_1} = 208,333 \text{ m} \rightarrow \text{hesapla.}$$



Şekil 13a

Şekil 13'den bir ayrıntı.

2- Eğrinin parametreleri

$$A_2 = 270 \text{ m}$$

$$R_2 = 340 \text{ m}$$

a_1, b_1, c_1, e_1 noktaları K_1 civarında alınmış noktalardır.

Yardımcı noktaların başlangıca uzaklıkları

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{KA_2 c_1} = 158,00 \text{ m} \\ \widehat{KA_2 e_1} = 163,00 \text{ m} \end{array} \right\} \text{ grafik olarak tesbit edilir.}$$

$$\widehat{KA_2 KE_2} = 214,412 \text{ m} \text{ hesapla}$$

Soru:

- a) Yukarıdaki verilere göre iki klotoidin kesim noktasının koordinatlarını bulunuz.
 b) Bu kesim noktasının başlangıca olan uzaklıklarını hesaplayınız.

Çözüm:

Bu problem, basic programlama diline göre yazılmış bir programın Casio 850 P cep bilgisayarına tatbik edilmesiyle çözülmüştür.

Girdiler

$y_{b1} = ?$ 10,000 m
 $x_{b1} = ?$ 10,000 m
 $y_{S1} = ?$ 185,026 m
 $x_{S1} = ?$ 120,930 m
 $C_1 = ?$ 0 m
 $C_2 = ?$ 150,000 m
 $C_3 = ?$ 156,000 m
 $C_4 = ?$ 208,333 m
 1 OR 2 OR 3 ? 1

$A_1 = ?$ 250 m
 $R_1 = ?$ 300 m
 D.M.Y = ? A

$y_{b2} = ?$ 270,000 m
 $x_{b2} = ?$ 10,000 m
 $y_{S2} = ?$ 86,321 m
 $x_{S2} = ?$ 118,765 m
 $B_1 = ?$ 0 m
 $B_2 = ?$ 158,000 m

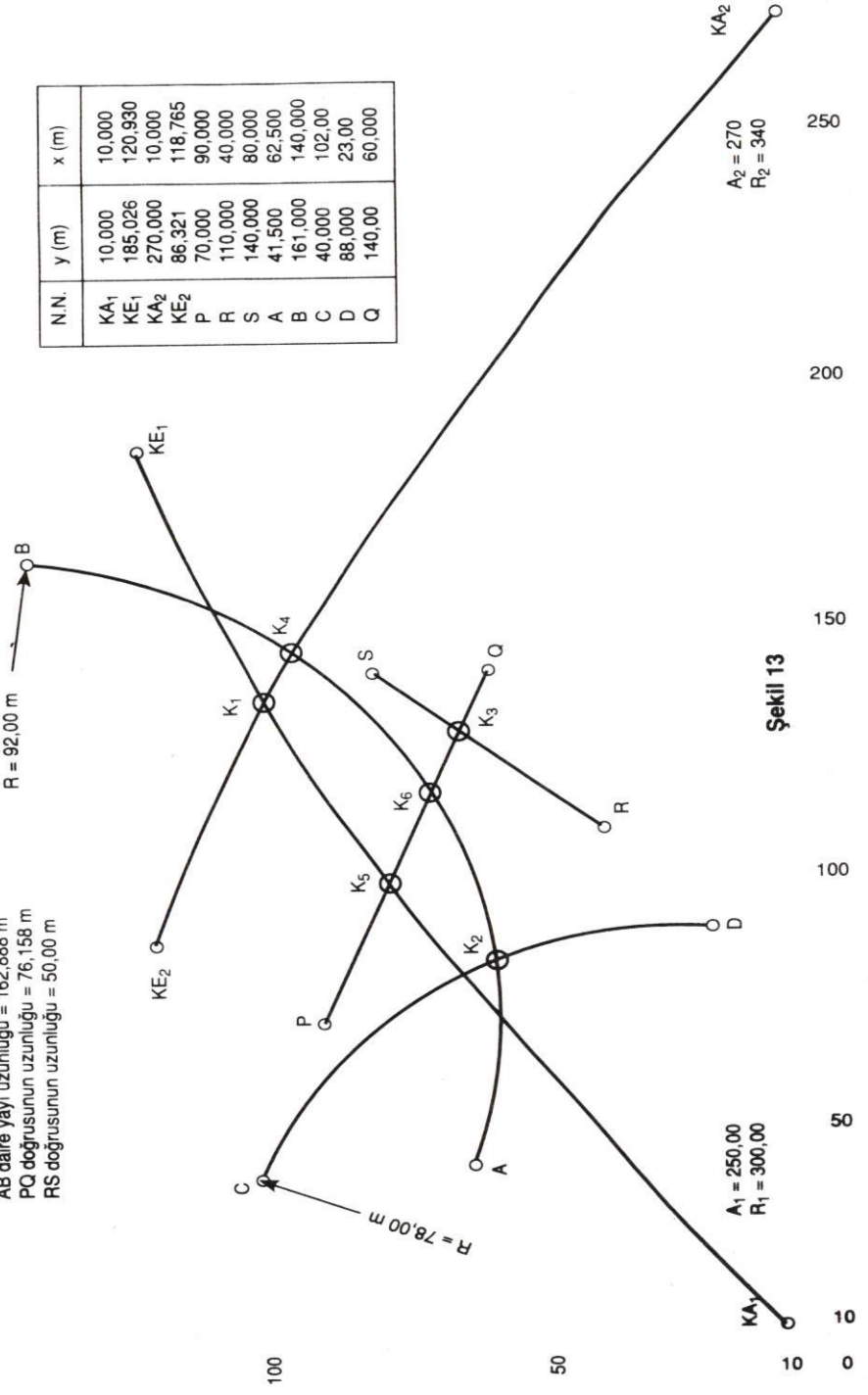
Açıklamalar

→ Y_{KA_1}
 → X_{KA_1}
 → Y_{KE_1}
 → X_{KE_1}
 → X_{KA_1} in başlangıca uzaklığı
 → $\overline{KA_1 a_1}$
 → $\overline{KA_1 b_1}$
 → $\overline{KA_1 KE_1}$
 → kullanılan eğrinin kodu
 1 → Klotoid
 2 → Daire
 3 → Doğru
 Klotoid parametresi
 Klotoid parametresi
 → Hesap yönüne göre daire merkezinin yeri
 → A Sağda
 → O Solda
 → Y_{KA_2}
 → X_{KA_2}
 → Y_{KE_2}
 → X_{KE_2}
 → KA_2 nin başlangıca uzaklığı
 → $\overline{KA_2 c_1}$

Uzunluklar: A_2 klotoidinin boyu = 214,412 m
 A_1 klotoidinin boyu = 208,333 m
 CD daire yayı uzunluğu = 98,940 m
 AB daire yayı uzunluğu = 162,888 m
 PQ doğrusunun uzunluğu = 76,158 m
 RS doğrusunun uzunluğu = 50,00 m

CD = 92,439 m kiriş
 AB = 142,431 m kiriş
 R = 92,00 m

150



Şekil 13

$$B_3 = ? \quad 163,00 \text{ m}$$

$$B_4 = ? \quad 214,412 \text{ m}$$

$$1 \text{ OR } 2 \text{ OR } 3 ? 1$$

$$A_2 = ? \quad 270 \text{ m}$$

$$R_2 = ? \quad 340 \text{ m}$$

$$D.M.Y. = ? O$$

$$\rightarrow \overline{KA_2 e_1}$$

$$\rightarrow \overline{KA_2 KE_2}$$

Eğrinin kodu

Klotoid parametresi

Klotoid parametresi

Daire merkezinin yeri

Çıktılar:

Kesim noktasının koordinatları:

$$y_K = 134,652 \text{ m} \quad x_K = 98,609 \text{ m}$$

Kesim noktasının başlangıca uzaklığı

$$\overline{KA_1 K} = 153,176 \text{ m}$$

$$\overline{KA_2 K} = 162,006 \text{ m}$$

Sonuç 110^S de elde edilmiştir.

Not: Başlangıçta $a_1 \rightarrow KA_1$

$b_1 \rightarrow KE_1$

$c_1 \rightarrow KA_2$

$e_1 \rightarrow KE_2$

olarak alınabilir. Böylece zaman alıcı grafik çalışmalara gerek kalmaz.

Ana noktaların başlangıçta yardımcı nokta olarak alınması ile çözüm.

Girdiler

$$y_{b1} = ? \quad 10,000 \text{ m}$$

$$x_{b1} = ? \quad 10,000 \text{ m}$$

$$y_{S1} = ? \quad 185,026 \text{ m}$$

$$x_{S1} = ? \quad 120,930 \text{ m}$$

$$C_1 = ? \quad 0 \text{ m}$$

$$C_2 = ? \quad 0 \text{ m}$$

$$C_3 = ? \quad 208,333$$

$$C_4 = ? \quad 208,333$$

1 OR 2 OR 3 ? 1 → Kullanılan eğrinin kodu

$$A_1 = ? 250 \text{ m}$$

$$R_1 = ? 300 \text{ m}$$

$$\text{D.M.Y.} = ? A$$

$$y_{b2} = ? 270,000 \text{ m}$$

$$x_{b2} = ? 10,000 \text{ m}$$

$$y_{s2} = ? 86,321 \text{ m}$$

$$x_{s2} = ? 118,765 \text{ m}$$

$$B_1 = ? 0 \text{ m}$$

$$B_2 = ? 0 \text{ m}$$

$$B_3 = ? 214,412 \text{ m}$$

$$B_4 = ? 214,412 \text{ m}$$

1 OR 2 OR 3 ? 1

$$A_2 = ? 270 \text{ m}$$

$$R_2 = ? 340 \text{ m}$$

$$\text{D.M.Y.} = ? O$$

Çıktılar:

Kesim noktasının koordinatları

$$y_K = 134,652 \text{ m} \quad y_K = 98,609 \text{ m}$$

Kesim noktasının başlangıça uzaklığı

$$C(2) = C(3) = \overline{KA_1} \quad K = 153,176 \text{ m}$$

$$B(2) = B(3) = \overline{KA_2} \quad K = 162,006 \text{ m}$$

Sonuç 155^S de alınmıştır.

Daire - Daire

AB daire yayı ile CD daire yayının kesim noktası olan K2'nin hesabı. Aynı program kullanılmıştır (Şekil 13).

RUN

EXE

$$y_{b1} = ? 41,500 \rightarrow y_a$$

$$x_{b1} = ? 62,500 \rightarrow x_a$$

$$y_{S1} = ? 161,000 \rightarrow y_b$$

$$x_{S1} = ? 140,000 \rightarrow x_b$$

$$C_1 = ? 0 \rightarrow \text{başlangıç noktası}$$

$$C_2 = ? 0 \rightarrow 1. \text{ yardımcı nokta (başlangıç noktası alınmıştır)}$$

$$C_3 = ? 162,888 \text{ m} \rightarrow 2. \text{ yardımcı nokta (bitiş noktası alınmıştır)}$$

$$C_4 = ? 162,888 \text{ m} \rightarrow \text{bitiş noktası}$$

$$1 \text{ OR } 2 \text{ OR } 3 ? 2 \rightarrow \text{Kullanılan eğrinin kodu}$$

$$1 \rightarrow \text{Klotoid}$$

$$2 \rightarrow \text{Daire}$$

$$3 \rightarrow \text{Doğru 'dur.}$$

$$R_1 = ? 92,000 \text{ m} \quad \text{AB yayının yarıçapı}$$

$$D.M.Y = ? O \rightarrow \text{AB yayının hesap yönüne göre merkezinin nerede olduğu}$$

(O = Sol tarafta demektir.)

$$y_{b2} = ? 40,000 \text{ m} \rightarrow y_c$$

$$x_{b2} = ? 102,00 \text{ m} \rightarrow x_c$$

$$y_{S2} = ? 88,00 \text{ m} \rightarrow y_d$$

$$x_{S2} = ? 23,00 \text{ m} \rightarrow x_d$$

$$B_1 = ? 0$$

$$B_2 = ? 0$$

$$B_3 = ? 98,940 \text{ m}$$

$$B_4 = ? 98,940 \text{ m}$$

$$1 \text{ OR } 2 \text{ OR } 3 ? 2$$

$$R_2 = ? 78,00 \text{ m} \quad \text{CD yayının yarıçapı}$$

$$D.M.Y = ? A \rightarrow \text{Daire merkezi sağda}$$

Çıktılar (K_2 noktası için)

Kesim noktasının koor.

EXE

$$y_K = 82,641 \text{ m} \quad x_K = 59,052 \text{ m}$$

$a_L = 0,000$, $b_L = 0,000$ En son kesim noktası ile bir önceki yardımcı nokta

$c_L = 0,000$, $e_L = 0,000$ arasındaki uzaklıklar.

$$C(2) = C(3) = 41,639 \text{ m} \rightarrow AK_2 \text{ yayının uzunluğu}$$

$$B(2) = B(3) = 62,152 \text{ m} \rightarrow CK_2 \text{ yayının uzunluğu}$$

Doğru - Doğru

PQ doğrusu ile RS doğrusunun kesim noktası olan K_3 'ün hesabı. Aynı program kullanılmıştır (Şekil 13).

RUN**EXE**

$$y_{b1} = ? 70,000 \text{ m} \rightarrow y_p$$

$$x_{b1} = ? 90,000 \text{ m} \rightarrow x_p$$

$$y_{s1} = ? 140,000 \text{ m} \rightarrow y_q$$

$$x_{s1} = ? 60,000 \text{ m} \rightarrow x_q$$

$$C_1 = ? 0$$

$$C_2 = ? 0$$

$$C_3 = ? 76,158 \text{ m}$$

$$C_4 = ? 76,158 \text{ m} \rightarrow PQ \text{ uzunluğu}$$

$$1 \text{ OR } 2 \text{ OR } 3 ? 3 \rightarrow \text{doğrunun kodu}$$

$$y_{b2} = ? 110,000 \rightarrow y_r$$

$$x_{b2} = ? 40,000 \rightarrow x_r$$

$$y_{s2} = ? 140,000 \rightarrow y_s$$

$$x_{s2} = ? 80,000 \rightarrow x_s$$

$$B_1 = ? 0$$

$$B_2 = ? 0$$

$$B_3 = ? 50,000 \text{ m}$$

$$B_4 = ? 50,000 \text{ m} \rightarrow RS \text{ uzunluğu}$$

$$1 \text{ OR } 2 \text{ OR } 3 ? 3$$

Çıktılar (K_3 noktası için)

Kesim noktasının koor.

$$y_K = 128,649 \text{ m} \rightarrow y_{K3}, \quad x_K = 64,865 \text{ m} \rightarrow x_{K3}$$

$$a_L = 0, \quad b_L = 0, \quad c_L = 0, \quad e_L = 0$$

(En son kesim noktası ile bir önceki yardımcı nokta arasındaki uzaklıklar)

$$C(2) = C(3) = 63,808 \text{ m} \rightarrow PK_3 \text{ uzaklığı}$$

$$B(2) = B(3) = 31,081 \text{ m} \rightarrow RK_3 \text{ uzaklığı}$$

Daire - Klotoid

AB daire yayı ile $KA_2 KE_2$ klotoidinin kesim noktası olan K_4 'ün hesabı. Aynı program kullanılmıştır (Şekil 13).

RUN **EXE**

$$y_{b1} = ? 41,50 \text{ m} \rightarrow y_a$$

$$x_{b1} = ? 62,50 \text{ m} \rightarrow x_a$$

$$y_{S1} = ? 161,000 \text{ m} \rightarrow y_b$$

$$x_{S1} = ? 140,000 \text{ m} \rightarrow x_b$$

$$C_1 = ? 0$$

$$C_2 = ? 0$$

$$C_3 = ? 162,888 \text{ m}$$

$$C_4 = ? 162,888 \text{ m} \rightarrow \text{AB yayı uzunluğu}$$

$$1 \text{ OR } 2 \text{ OR } 3 ? 2 \rightarrow \text{dairenin kodu}$$

$$R_1 = ? 92,000 \text{ m} \rightarrow \text{AB yayının yarıçapı}$$

$$D.M.Y = ? 0$$

$$y_{b2} = ? 270,000 \text{ m} \rightarrow y_{KA2}$$

$$x_{b2} = ? 10,000 \text{ m} \rightarrow x_{KA2}$$

$$y_{S2} = ? 86,321 \text{ m} \rightarrow y_{KE2}$$

$$x_{S2} = ? 118,765 \text{ m} \rightarrow x_{KE2}$$

$$B_1 = ? 0$$

$$B_2 = ? 0$$

$$B_3 = ? 214,412 \text{ m}$$

$$B_4 = ? 214,412 \text{ m} \rightarrow A_2 \text{ klotoidinin boyu}$$

1 OR 2 OR 3 ? 1 → klotoidin kodu

$$A_2 = 270 \text{ m}$$

$$R_2 = ? 340 \text{ m}$$

D.M.Y = ? O → Solda

Çıktılar (K_4 noktası için)

$$y_K = 142,817 \text{ m} \rightarrow y_{K4}, \quad x_K = 94,465 \text{ m} \rightarrow x_{K4}$$

$$a_L = 0, \quad b_L = 0, \quad c_L = 0, \quad e_L = 0$$

(En son kesim noktası ile bir önceki yardımcı noktalar arasındaki uzaklıklar)

$$C(2) = C(3) = 113,257 \text{ m} \rightarrow AK_4 \text{ yayı uzunluğu}$$

$$B(2) = B(3) = 152,850 \text{ m} \rightarrow KA_2 K_4 \text{ klotoid uzunluğu}$$

Klotoid - Doğru

$KA_1 - KE_1$ klotoidi ile PQ doğrusunun kesim noktası olan K_5 'in hesabı (Aynı program kullanılmıştır) (Şekil 13).

RUN

EXE

$$y_{b1} = ? 10,000 \text{ m} \rightarrow y_{KA1}$$

$$x_{b1} = ? 10,000 \text{ m} \rightarrow x_{KA1}$$

$$y_{S1} = ? 185,026 \text{ m} \rightarrow y_{KE1}$$

$$x_{S1} = ? 120,930 \text{ m} \rightarrow x_{KE1}$$

$$C_1 = ? 0$$

$$C_2 = ? 0$$

$$C_3 = ? 208,333 \text{ m}$$

$$C_4 = ? 208,333 \text{ m}$$

1 OR 2 OR 3 ? 1 → klotoidin kodu

$$A_1 = ? 250,000 \text{ m}$$

$$R_1 = ? 300,000 \text{ m}$$

D.M.Y = ? A → sağda

$$y_{b2} = ? 70,000 \rightarrow y_p$$

$$x_{b2} = ? 90,000 \rightarrow x_p$$

$$y_{S2} = ? 140,000 \rightarrow y_q$$

$$x_{S2} = ? 60,000 \rightarrow x_q$$

$$B_1 = ? 0$$

$$B_2 = ? 0$$

$$B_3 = ? 76,158 \text{ m}$$

$$B_4 = ? 76,158 \text{ m} \rightarrow \text{PQ uzunlu\u011fu}$$

$$1 \text{ OR } 2 \text{ OR } 3 ? 3 \text{ do\u011frunun kodu}$$

Çıktılar (K₅ noktası i\u00e7in)

Kesim noktasının koordinatları

$$y_K = 99,269 \text{ m} \rightarrow y_{K5}, \quad x_K = 77,456 \text{ m} \rightarrow x_{K5}$$

$$a_L = 0, \quad b_L = 0, \quad c_L = 0, \quad e_L = 0$$

$$C(2) = C(3) = 111,940 \text{ m} \rightarrow \text{KA}_1 \text{ K}_5 \text{ klotoid boyu}$$

$$B(2) = B(3) = 31,845 \text{ m} \rightarrow \text{PK}_5 \text{ uzunlu\u011fu}$$

Do\u011fru - Daire

PQ do\u011frusu ile AB yayınının kesim noktası olan K₆ nın hesabı. Aynı program kullanılmıştır (Şekil 13).

RUN

EXE

$$y_{b1} = ? 70,000 \text{ m} \rightarrow y_p$$

$$x_{b1} = ? 90,000 \text{ m} \rightarrow x_p$$

$$y_{S1} = ? 140,000 \text{ m} \rightarrow y_q$$

$$x_{S1} = ? 60,000 \text{ m} \rightarrow x_q$$

$$C_1 = ? 0$$

$$C_2 = ? 0$$

$$C_3 = ? 76,158 \text{ m}$$

$$C_4 = ? 76,158 \text{ m PQ uzunlu\u011fu}$$

$$1 \text{ OR } 2 \text{ OR } 3 ? 3 \rightarrow \text{do\u011frunun kodu}$$

$$y_{b2} = ? 41,500 \rightarrow y_a$$

$$x_{b2} = ? 62,500 \rightarrow x_a$$

$$y_{S2} = ? 161,000 \rightarrow y_b$$

$$x_{S2} = ? 140,000 \rightarrow x_b$$

$$B_1 = ? 0$$

$$B_2 = ? 0$$

$$B_3 = ? 162,888 \text{ m}$$

$$B_4 = ? 162,888 \text{ m} \rightarrow \text{AB yayı uzunluğu}$$

$$1 \text{ OR } 2 \text{ OR } 3 ? 2 \text{ daire kodu}$$

$$R2 = ? 92 \text{ m AB yayının yarıçapı}$$

$$\text{D.M.Y} = ? \text{ O} \rightarrow \text{solda}$$

Çıktılar (K_6 noktası için)

Kesim noktasının koordinatları

$$y_k = 115,590 \text{ m} \rightarrow y_{K6}, \quad x_k = 70,461 \text{ m} \rightarrow x_{K6}$$

$$a_L = 0, \quad b_L = 0, \quad c_L = 0, \quad e_L = 0$$

(En son kesim noktası ile bir önceki yardımcı nokta arasındaki uzaklıklar)

$$C(2) = C(3) = 49,601 \text{ m} \rightarrow \text{PK}_6 \text{ uzunluğu}$$

$$B(2) = B(3) = 76,721 \text{ m} \rightarrow \text{AK}_6 \text{ yayı uzunluğu}$$

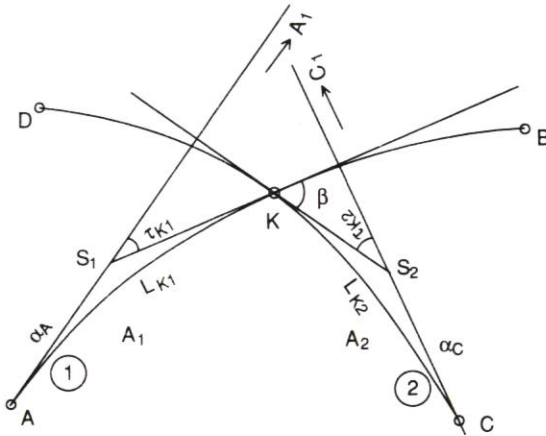
Bulunan sonuçlar şekil 13'de de grafik olarak da görülmektedir.

Dikkat: D.M.Y = ? girerken eğer daire merkezinin yeri hesap yönünün solunda ise harf olarak "O" harfini girmek gerekir. Sıfır (0) ile karıştırılmamalıdır.

2.9 EKSENLERİN KESİŞME AÇISININ HESAPLANMASI

Burada sadece klotoidlerin kesişme açısının hesabı üzerinde durulmuştur.

Kesişme açısının belirlenmesi için öncelikle kesim noktasının belirlenmesi gerekmektedir. Aşağıda iki klotoid ekseninin kesişme açısının nasıl bulunduğu sayısal bir uygulama ile gösterilmiştir.



Şekil 14 İki klotoid eksenin kesişme açısı (β)

Kesim noktasının koordinatları ile birlikte K noktasının başlangıca olan uzunlukları olan L_{K1} ve L_{K2} değerleri de hesaplanır. Bu değerlerin nasıl hesaplandığı önceki sayfalarda açıklanmıştır.

Bu değerler

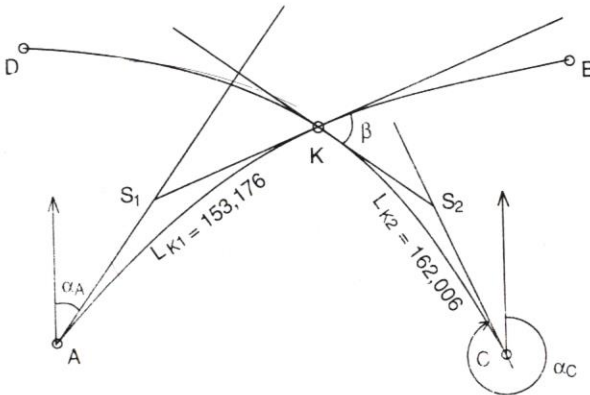
$$\tau_{K1} = \frac{L_{K1}^2}{2A_1^2} \cdot \rho, \quad \tau_{K2} = \frac{L_{K2}^2}{2A_2^2} \cdot \rho \quad (4)$$

bağıntılarında yerine konarak kesişme noktasına ait teğet açıları elde edilir. α_A ve α_C ana teğet doğrultularının açıklık açıları some noktalarının koordinatlarından hesaplanır.

$$\alpha_A = \text{Arctan} \frac{y_{a1} - y_a}{x_{a1} - x_a}, \quad \alpha_C = \text{Arctan} \frac{y_{c1} - y_c}{x_{c1} - x_c} \quad (5)$$

$(S_1K) = \alpha_A + \tau_{K1}$, $(S_2K) = \alpha_C - \tau_{K2}$, $(KS_2) = (S_2K) \pm 200$, $\beta = (KS_2) - (S_1K)$ (5) ifadeleri ile kesişme açısı bulunur.

Sayısal Uygulama



$A_1 = 250 \text{ m}$
 $R_1 = 300 \text{ m}$
 $\alpha_A = 56^{\circ}9,6767$

$A_2 = 270 \text{ m}$
 $R_2 = 340 \text{ m}$
 $\alpha_C = 340^{\circ}9,7207$

İki yol eksenini K noktasında birbirini kesmektedir. Kesişen eksenlerin her ikisi de klotoiddir. AB klotoidinin parametresi: $A_1 = 250$ m , $R_1 = 300$ m dir. AB klotoidinin K noktasındaki boyu $L_{K1} = 153,176$ m. CD klotoidinin K noktasındaki boyu $L_{K2} = 162,006$ m dir. CD klotoidinin parametresi: $A_2 = 270$ m , $R_2 = 340$ m dir. AB klotoidinin başlangıcı A, CD klotoidinin başlangıcı C dir. AB klotoidinin ana teğet doğrultusunun açıklık açısı $\alpha_A = 56^g,6767$ CD klotoidininki $\alpha_C = 340^g,7207$ dir.

Soru:

Bu eğrilerin K kesim noktasındaki teğetleri arasındaki β açısını hesaplayınız.

Çözüm:

(4) bağıntıları ile teğet açıları hesaplanır.

$$\tau_{K1} = \frac{153,176^2}{2 \cdot 250^2} \cdot 63,6620 = 11^g,9496$$

$$\tau_{K2} = \frac{162,006^2}{2 \cdot 270^2} \cdot 63,6620 = 11^g,4600$$

$$(S_1 K) = \alpha_A + \tau_{K1} = 56,6767 + 11,9496 = 68^g,6263$$

$$(S_2 K) = \alpha_C - \tau_{K2} = 340,7207 - 11,4600 = 329^g,2607$$

$$(K S_2) = 129^g,2607$$

$$\beta = (K S_2) - (S_1 K) = 129,2607 - 68,6263 = 60^g,6344$$

Sonuç:

Casio FX-850 P cep bilgisayarına göre hazırlanmış bir programla iki eksenin kesim noktası ve kesim noktasının eğrilerin başlangıcı olan uzunlukları yaklaşık 2 dakikada hesaplanabilmektedir. Aynı programla 6 değişik durum çözülmektedir. Daha sonra başlangıcı olan uzaklık değerleri kullanılarak basit bir hesaplama ile eksenlerin kesişme noktasındaki kesişme açısı hesaplanabilir.

Kaynaklar:

- [1] Koç, İ.; Ölçme Bilgisinde Bazı Konular ve Sayısal Uygulamalar-I, 1995 İstanbul
- [2] Koç, İ.; Yol Eksenini Aplikasyon Programı (Wolf Sempozyumunda Sunulan Bildiri) 1993 İstanbul, Y.T.Ü.
- [3] Koç, İ.; Ölçme Bilgisinde Bazı Konular ve Sayısal Uygulamalar II, 1996 İstanbul.
- [4] Osterloh, H.; Straßenplanung mit Klothoiden und Schleppkurven. Wiesbaden und Berlin: Bauverlag GmbH 1991.