

İKİ ÖLÇÜ KÜMESİNİN BÜTÜNLEŞTİRİLMESİNDE NOKTALARIN " SAĞLAM KESTİRİM" YÖNTEMİ 449450TûAYIKLANMASI

Ahmet YAŞAYAN

Veysel ATASOY



Özet

Büyük ölçekli sayısal harita çalışmalarında ve kadastro uygulamalarında eski noktalarla yeni noktaların bütünleştirilmesi genellikle bir benzerlik dönüşümü ile yapılmaktadır. Her iki sistemde de koordinatları bilinen ortak nokta sayısının dört ya da daha çok olması durumunda bu noktalardan birinin, ya da birkaçının uyuşumsuz olması sorunu ile karşılaşılır. Pratikte, dönüşümden sonraki artık hatalar incelenerek uyuşumsuz nokta bulunup bulunmadığına karar verilir. Artık hatalar belirli bir değeri aşıyorsa bu noktaların uyuşumsuz olduğu varsayılır ve dönüşüm hesabından çıkarılır. Noktaların uyuşumlu ya da uyuşumsuz olduğunun saptanmasında daha objektif bir yaklaşım ise Eşdeğerlik Testi'dir. Yüzey ağlarının oluşturulmasında uygulanan bu test ayrıntı ölçmeleri ile ilgili uygulamalarda da yararlanılabilir.

Bu sunuŖta, EŖdeęerlik Testi Yöntemi'ne seçenek olabilecek diğerbir yöntem açıklanacaktır. Yazarlarınca geliştirilen bu yöntem,son yıllarda mesleki yayınlarda görülen ve Fotogometri'de kaba hataların ayıklanmasında uygulanan "**Robust Estimation**" ilkesine dayanmaktadır. Dayanak noktalarının konum doğruluğu için bir s_0 öncül değeri ile r_i hatalarının bir fonksiyonu olarak noktalara p_i ağırlıkları verilerek dönüşüm hesabı yinelemeli (iteratif) olarak yapılmaktadır. İlk dönüşüm hesabı için ağırlıklar $p_i = 1$ alınmakta, bu dönüşümden sonraki dönüşümlerde ise artık hatalarla yeniden hesaplanan ağırlıklar kullanılmaktadır. Böyle bir algoritma sonunda hatalı noktaların ağırlıkları sıfıra yaklaşmaktadır.

Önerilen yöntemin uygulanabilirliği ve etkinliği bir örnek üzerinde açıklanmakta-çok sayıda yapılan denemelerin sonuçları irdelenmektedir.

1. Giriş

Daha önce yapılmış büyük ölçekli haritalar üzerindeki değişiklikler ve geniş kapsamlı güncelleştirme çalışmaları ilgili alandaki sabit noktalara dayanılarak gerçekleştirilir. Eğer sabit nokta yoksa ya da bulunamıyorsa, genellikle önceki sistemden bağımsız yeni bir dayanak noktaları sistemi oluşturularak ölçüler yapılır iki ölçü kümesinin bütünleştirilebilmesi için harita ve arazide bulunan yeterli sayıda noktanın da ölçüleri yapılır. Gerekli ilişki, bu ortak noktalar kullanılarak benzerlik dönüşümü ile sağlanır. Dönüşüm parametreleri hesaplandıktan sonra yeni ölçü değerleri pafta koordinat sistemine dönüştürülür. Sayısal üretilmiş ve yeterli sıklıkta dayanak noktası bulunmayan haritalarla yapılacak uygulamalarda da benzer durum söz konusudur. (Yaşayan, 1990).

Çok sayıda ortak noktanın bulunduğu iki ölçü kümesinin bütünleştirilmesinde kimi noktaların uyumsuz olması kaçınılmazdır. İki ölçü kümesi arasındaki ilişki kurulurken bu uyumsuz noktaların ayıklanması yoluna gidilir ve ayıklama işlemi yapıldıktan sonra diğer ortak noktalarla dönüşüm parametreleri hesaplanır.

Uyuşumsuz varsayılan noktaların ayıklanması, artık hatası büyük noktaların sıra ile çıkarılmasına dayanan bir sezgisel yaklaşımla olabilir. Daha objektif bir yaklaşım olarak, yüzey ağlarının oluşturulmasında kullanılan eşdeğerlik testi uygulanabilir. Bu çalışmada iki yaklaşımdan farklı bir yöntem açıklanacaktır. Bu yöntem, büyük sayıda ölçü içeren problemlerde kaba hataların ayıklanması için son yıllarda geliştirilen ve uygulanan "Robust Estimation" ilkesine dayanmaktadır.

2. Sezgisel Yaklaşım

Uyuşumsuz olan noktalar dönüşümden sonra beklenenden daha büyük hatalar (aykırılıklar) verir. Bu varsayıma dayanılarak en büyük artık hata veren nokta dönüşüm hesabından çıkarılır. Yeni bir dönüşüm hesabı yapılır. Artık hatalar tekrar incelenir. Gerekiyorsa büyük artık hata veren diğer ortak noktalar da sıra ile ayıklanır. Bu sezgisel yaklaşımda dönüşümün ortalama hatasının üç, ya da daha büyük katı, karar vermek için ölçüt olarak kullanılır.

Kimi ortak noktalar, beklenen ortalama hatanın 5-10 katı büyüklüğünde bir hata ile yüklü ise, sezgisel yaklaşımla bu noktaların ayıklanmasında hiç bir güçlükle karşılaşılmaz. Ancak ortak nokta sayısı çok fazla ya da noktaların dağılımı elverişsiz bir yapıda ise, ortalama hatanın 3-4 katı büyüklüğündeki hatalı noktaların sezgisel yaklaşımla ayıklanmasında tam bir başarı elde edilmeyebilir.

3. Eşdeğerlik Testi

Yüzey ağlarının oluşturulmasında, uyuşumsuz dayanak noktalarının belirlenmesi için eşdeğerlik testi uygulanır. Bu test, giriş bölümünde sözü edilen çalışmalarda da uygulanabilir.

Bu testin nasıl yapıldığı kaynaklar listesinde verilen "Açıklamalı-örnekleme Büyük Ölçekli Haritaların Yapım Yönetmeliği" adlı yayından ve AKSOY 1987a dan yararlanılarak aşağıda özet olarak açıklanmıştır.

Her ortak noktaya ilişkin bir t test büyüklüğü hesaplanır. Bu büyüklük bir i noktası için

$$t_i = (r_i / (2 m_o q_{ii}))^{1/2}$$

eşitliği ile bulunur. $2 m_o^2$, dönüşümün konum ortalama hatasının karesidir. Burada, artık hatalar V_x, V_y olmak üzere

$$r_i^2 = V_{x_i}^2 + V_{y_i}^2 \text{ ve } q_{ii} \text{ ise}$$

$$q_{ii} = (n-1)/n - \bar{s}_i^2 / \sum \bar{s}_i^2 \quad 2$$

dir. Burada, n ortak nokta sayısı; $\bar{s}_i^2 = \bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2$ i noktasının ağırlık merkezine olan uzaklığının karesi, $\sum_{i=1}^n \bar{s}_i^2$ ise ortak noktaların ağırlık merkezine olan uzaklıkları karelerinin toplamıdır. (I) eşitliğindeki test büyüklüğüne karşın k karşılaştırma büyüklüğü, seçilen ∞ yanılma olasılığı ile

$$k = ((n-2)(1 - (\infty/n)^{1/(n-3)}))^{1/2} \quad 3$$

olarak bulunur. $t_i < k$ ise ilgili nokta çiftinin eşdeğer olduğu, tersi durumunda uyumsuz olduğu kabul edilir. Uyuşumsuz noktalar ortak noktalar kümesinden çıkarılır. Böylece geriye kalan ortak noktaların koordinatları değişmez kabul edilir. Uyuşumsuz olduğuna karar verilen noktaların yeni koordinatları elde edilir.

Yüzey ağı probleminde ortak nokta sayısı 5-10 dolayında ise bu noktalardan ortalama hatanın 3 ve daha büyük katı büyüklüğünde hata ile yüklü noktalar yakalanabilmektedir. Nokta sayısı artukça ya da elverişsiz nokta dağılımı söz konusu ise (3) eşitliğinin yapısı gereği uyumsuz noktaların belirlenmesi güçleşmektedir. Bu ve benzeri durumlarda ortak noktaların gruplara ayrılarak test edilmesi (Aksoy, 1987b) ya da olasılığı azaltularak, söz gelimi $\infty = 0.001$ ile, t - student dağılımının uygulanması (Şerbetçi-Öztürk 1990) önerilmektedir. Bu son öneride serbestilik derecesi $f=2n-4$ olmak üzere k karşılaştırma değeri

$$k = t_{f, 1-\infty/2} \quad 4$$

ile bulunur.

τ - dağılımı adı verilen ve (3) eşitliği ile bulunan k karşılaştırma değeri ortak nokta sayısı arttıkça etkisiz kalmaktadır. (4) eşitliği ile t -dağılımından hesaplanan k değeri ise ortak nokta sayısı azsa yetersiz kalmaktadır.

4. Sağlam Kestirim Yöntemi

En küçük kareler ilkesi yerine son yıllarda "Sağlam Kestirim" olarak Türkçe'ye çevirebileceğimiz "Robust Estimation" yöntemleri geliştirilmiştir. Bu yöntemlerin genel ilkesi, En Küçük Kareler Yöntemi'nin

$$\sum_{i=1}^n r_i^2 \Rightarrow \min \quad (5)$$

koşulu yerine uygun bir $f(r_i)$ fonksiyonunun minimum yapılması amaçlanır. $f(r_i)$ fonksiyonu, büyük r_i değerleri için fonksiyonun r_i^2 den daha yavaş artacak şekilde, söz gelimi

$$f(r_i) = r_i^2 e^{-(r_i/a)^2} \quad (6)$$

olarak seçilebilir. Böyle bir ilkenin En Küçük Kareler algoritması ile çözümünde

$$p(r_i) = f(r_i)/r_i^2 \quad (7)$$

olmak üzere

$$\sum_{i=1}^n p(r_i) r_i^2 \Rightarrow \min \quad (8)$$

koşulu sağlanır. Bunun için de her seferinde yeniden ağırlıklar hesaplanır. İlk hesap için $p(r_i)=1$ alınarak r_i ler bulunur. Bu r_i ler yardımıyla yeni ağırlıklar hesaplanır. Yeni ağırlıklarla yeni bir dengeleme yapılır.

Böylece yakınsama sağlanıncaya dek yinelemeli (iteratif) bir dengeleme yapılır (Kubik-Lyons, 1988).

5. Sağlam Kestirim Yönteminin Benzerlik Dönüşümüne uygulanması

Ağırlığı p_i olan bir i ortak noktasına ilişkin düzeltme denklemleri

$$\left. \begin{aligned} vx_i &= x_i a - y_i b + c & -x_i \\ vy_i &= y_i a + x_i b & +d -y_i \end{aligned} \right\} \quad \begin{matrix} p_i \\ i=1, 2, \dots, n \end{matrix} \quad (9)$$

şeklindeir. Bu düzeltme denklemlerinden elde edilecek normal denklemler

$$\begin{bmatrix} \Sigma p (x_i^2 + y_i^2) & 0 & \Sigma p x_i & \Sigma p y_i \\ & \Sigma p (x_i^2 + y_i^2) & -\Sigma p y_i & \Sigma p x_i \\ & & \Sigma p & 0 \\ & & & \Sigma p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma p (x_i X_i + y_i Y_i) \\ \Sigma p (x_i Y_i - y_i X_i) \\ \Sigma p X_i \\ \Sigma p Y_i \end{bmatrix} \quad (10)$$

simetrik

dir. (10) eşitliğindeki normal denklem katsayıları matrisi $\Sigma p x_i = \Sigma p y_i$ köşegen dışındaki terimleri sıfır olacak şekilde koordinatlar ötelenerek bu matris köşegen hale getirilir. Bunun için x,y koordinat sistemi, başlangıçları $x_g = \Sigma p x_i / \Sigma p$, $y_g = \Sigma p y_i / \Sigma p$ olan $\bar{x}_i = P_i (x_i - x_g)$, $\bar{y}_i = P_i (y_i - y_g)$ yeni bir koordinat sistemine ötelenir. Benzer şekilde X,Y koordinat sistemi için de ağırlıklı ağırlık merkezleri bulunabilir. Bu durumda dönüşüm parametreleri

$$a = \frac{\Sigma p (\bar{x}_i \bar{X}_i + \bar{y}_i \bar{Y}_i)}{\Sigma p (\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2)}$$

$$b = \frac{\Sigma p (\bar{x}_i \bar{Y}_i + \bar{y}_i \bar{X}_i)}{\Sigma p (\bar{x}_i^2 + \bar{y}_i^2)}$$

$$c = X_g - a x_g - b y_g$$

$$d = Y_g - b x_g - a y_g \quad 11$$

formülleri ile hesaplanabilir. Bu parametreler ile dönüştürülmüş bir i noktasının koordinatları X_i' , Y_i' ise, artık hatalar

$$-V x_i = X_i' - X_i \quad ; \quad -V y_i = Y_i' - Y_i \quad 12$$

ile bulunur. Bu noktaya ilişkin aykırılık vektörü de

$$r_i = (V x_i^2 + V y_i^2)^{1/2} \quad 13$$

dır. Ağırlıklı benzerlik dönüşümünün ortalama hatası

$$m_0 = (\Sigma p r_i^2 / (2n - 4))^{1/2} \quad 14$$

şeklinde hesaplanır.

6. Ağırlık Fonksiyonu

Seçilecek $p(r_i)$ ağırlık fonksiyonunun şu özellikleri olması düşünülebilir;

-Sınır değerden küçük r ler için bu ağırlık 1 dolayında olsun,

-Sınır değerden büyük r ler için de ağırlıklar r ile ters orantılı biçimde birdenbire küçülsün.

-Sınır değerden biraz büyük r değerleri için ise ağırlık, sözgelimi 0.60 - 0.70 dolayında olsun.

Böylece bir yandan hızlı bir biçimde yakınsama sağlanırken, sınır değere yakın uyumlu ya da uyuşumsuz noktalarda da öte yandan normal gelişme olabilsin.

Bu özellikleri sağlayabilecek bir ağırlık fonksiyonu

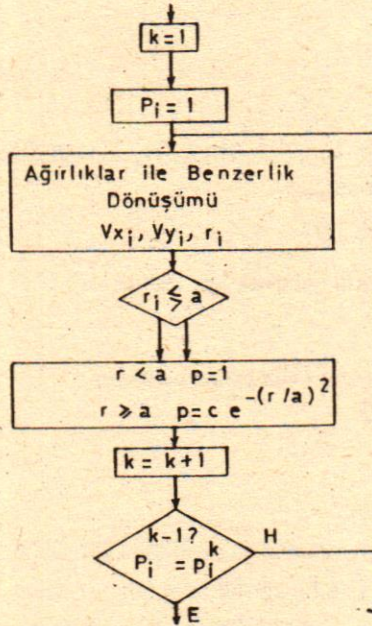
$$p_i = c e^{- (r_i/a)^2} \quad 15$$

alınabilir. Yakınsamanın daha hızlı olması için a , bir sınır değer olmak üzere

$$\begin{aligned} r < a & \text{ ise } p = 1 \\ r \geq a & \text{ ise } p = c e^{- (r/a)^2} \end{aligned} \quad 16$$

alınabilir.

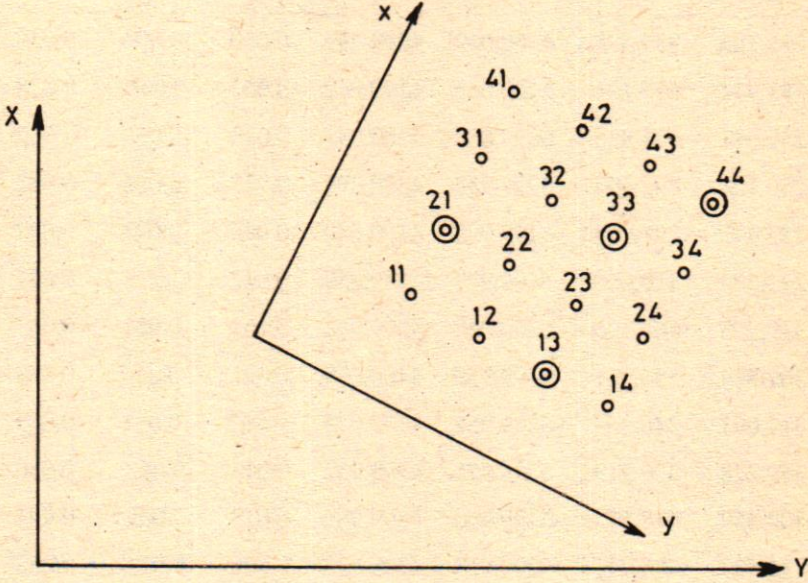
(15) ve (16) eşitliklerindeki a sınır değeri dönüşümün duyarlılığı ile ilgili bir büyüklüktür. Duyarlık ölçütü olarak dönüşüm hesabı sırasında bulunan $m_p = \sqrt{2} m_o$ alınabileceği gibi dönüşümden beklenen bir s_o öncül değerinden de yararlanılabilir. Öncül değerlerle bu sınırın oluşturulması daha anlamlı görünmektedir. Çünkü bu nokta kümesinden yeni ölçü sistemimizle uyumlu noktaları seçerken önceden belirli bir standart oluşturmamız daha uygun olacaktır. Bu nedenle bu çalışmada $a=2 S_o$ alınmıştır. Yukarıda açıklanan üçüncü özelliği sağlamak için de (15) ve (16) eşitliklerinde geçen c parametresi de $c=2$ olarak seçilmiştir. Bu durumda $2S_o$ dan biraz büyük r değerleri için ağırlık $p=p$ 0.74 olmaktadır. Dengelemeli benzerlik dönüşümü (Helmert dönüşümü) ne oldukça benzeyen bu iteratif çözüm algoritması çizelge 1 de gösterilmiştir.



Çizelge 1. Ağırlıklı Benzerlik Dönüşümü Ve İterasyon Denetimi K : İterasyon Sayısı

7. Sayısal Uygulama

Açıklanan yöntemleri bir sayısal örnekte gösterebilmek amacı ile bir veri kümesi oluşturulmuştur. Oluşturulan nokta kümesi Şekil 1 de gösterilmiştir.



Şekil 1. Sayısal Uygulamada Kullanılan Nokta Kümesinin Geometrik Dağılımı.

Bu noktaların X,Y nominal koordinatlarına, $\mu = 0$ ve $\sigma_x = \sigma_y = 3.6$ cm olan normal dağılımlı hatalar eklenmiştir. Bu durumda r artık hataları için $\sigma_r = 5$ cm olmaktadır. 16 nokta ile yapılan dönüşüm sonucu elde edilen V_x , V_y ve r artık hataları Çizelge 2 de gösterilmiştir. Dönüşüm sonunda bir koordinatın ortalama hatası $m_0 = 3.9$ cm ve konum ortalama hatası da $m_p = 5.6$ cm olarak bulunmuştur.

Çizelge 2. Hatasız Noktalarla Yapılan Dönüşüm Hesabı

Nokta	Yeni Ölçüler		Dayanak Noktaları		Artık Hatalar		
No.	x	y	X	Y	V _x	V _y	r
11	135.786	339.525	6100.049	4099.999	-0.050	-0.006	0.050
12	183.917	427.181	6100.056	4199.942	-0.063	0.046	0.078
13	232.047	514.836	6099.050	4300.041	0.038	-0.057	0.069
14	280.178	602.492	6099.957	4399.999	0.025	-0.020	0.032
21	223.442	291.394	6199.973	4100.040	0.022	-0.041	0.047
22	271.572	379.050	6199.977	4199.959	0.012	0.035	0.037
23	319.703	466.706	6200.040	4299.968	0.057	-0.021	0.061
24	367.834	554.361	6199.956	4400.039	0.021	-0.054	0.058
31	311.097	243.264	6299.957	4100.035	-0.033	-0.031	0.045
32	359.228	330.919	6299.971	4199.952	0.013	0.048	0.050
33	407.359	418.575	6299.960	4299.986	0.019	0.009	0.021
34	455.489	506.231	6299.967	4399.933	0.006	0.058	0.058
41	398.753	195.133	6399.997	4100.015	-0.012	-0.005	0.013
42	446.884	282.789	6399.955	4199.960	0.025	0.045	0.052
43	495.014	370.444	6400.033	4299.993	-0.059	0.008	0.060
44	543.145	458.100	6399.942	4400.053	0.026	-0.057	0.062

a= 0.87648318 ; b=0.48131333 ; c=6144.409 ; d=3737.047

21, 13, 33 ve 44 nol u noktaların (Şekil 1) X,Y koordinatlarına aşağıdaki miktarlarda hatalar eklenmiştir.

Nokta	dX	dY
21	+0.10 m	+0.20 m
13	+0.10	+0.15
33	- 0.10	+0.15
44	- 0.25	+0.20

Bu hatalı noktalarla yapılan benzerlik dönüşümü sonucunda elde edilen V_x, V_y ve r artık hataları Çizelge 3 de gösterilmiştir. Bu dönüşümün sonucunda bulunan bir koordinatın ortalama hatası m₀=9.9 cm, konum ortalama hatası da m_p= 14.0 cm dir.

Çizelge 3. Hatalı Noktalarla Yapılan Dönüşüm Sonucunda Noktalarda Hesaplanan Artık Hataları

Nokta	Vxi	Vyi	ri	Nokta	Vxi	Vyi	ri
11	-0.020	0.034	0.039	31	0.039	0.038	0.055
12	-0.047	0.074	0.088	32	0.005	0.105	0.105
13	-0.061	-0.191	0.201	33	0.096	0.096	0.136
14	0.012	-0.015	0.020	34	- 0.031	0.091	0.096
21	-0.060	-0.187	0.196	41	- 0.017	0.078	0.080
22	0.016	0.078	0.079	42	0.005	0.117	0.117
23	-0.067	0.052	0.085	43	- 0.093	0.067	0.115
24	-0.004	-0.035	0.036	44	0.228	-0.209	0.309

7.1. Sezgisel Yaklaşım

Pratikte, $3m_0$ ayıklanma ölçütü olarak kullanılabilir. Bu değer $3m_0 = 29.7$ cm dir. Bu değerden büyük Vx, Vy değeri Çizelge 3 te görüleceği gibi hiç bir noktada yoktur. Dolayısıyla tüm noktalar uyumludur. Daha farklı karşılaştırma ölçütleri kullanılırsa, örneğin;

$$\left. \begin{array}{l} |Vx_i| \\ |Vy_i| \end{array} \right\} \geq 2m_0 = 19.8 \text{ cm} \quad 44 \text{ nolu nokta uyumsuz,}$$

$$|r_i| \geq 3m_p = 42.0 \text{ cm} \quad \text{Tüm noktalar eşdeğer,}$$

$$|r_i| \geq 2m_p = 28.0 \text{ cm} \quad 44 \text{ nolu nokta uyumsuzdur.}$$

44 nolu nokta çıkarılarak yeni bir dönüşüm uygulanırsa $m_0 = 7.8$ cm ve $m_p = 11.0$ cm bulunur. Yukardaki ölçüler uygulanırsa noktaların uyumlu olduğu sonucuna varılır.

Hatalı noktalarla dönüşüm sonucu bulunan m_0 ve m_p ortalama hataları yerine bir s_0 öncül değer karşılaştırma ölçütü olarak kullanılabilir. $s_0 = 5$ cm alınarak $3s_0$ karşılaştırma ölçütü kullanılırsa 44, 13 ve 21 nolu noktaların uyumsuz olduğu anlaşılabılır.

7.2. Eşdeğerlik Testi

$\alpha = 0.05$ yanılma olasılığı ile (3) eşitliğinden k değeri ve (1) eşitliğinden t_i test büyüklükleri hesaplanarak Çizelge 4 de gösterilmiştir. $t_i \geq k$ olan yalnız 44 nolu nokta uyumsuzdur.

Çizelge 4. Eşdeğerlik Testi Sonuçları

Nokta	t_i	k	Sonuç	Nokta	t_i	k	Sonuç
11	0.611	3.741	Uyumlulu	31	0.828	3.741	Uyumlulu
12	1.330	3.741	"	32	1.541	3.741	"
13	3.031	3.741	"	33	1.995	3.741	"
14	0.304	3.741	"	34	1.450	3.741	"
21	2.970	3.741	"	42	1.247	3.741	"
22	1.163	3.741	"	43	1.740	3.741	"
23	1.253	3.741	"	43	1.740	3.741	"
24	0.537	3.741	"	44	4.812	3.741	Uyumsuz

Bu nokta çıkarılarak diğer noktalarla yapılan dönüşüm sonucunda tüm noktaların eşdeğer olduğu sonucuna varılmıştır.

$\alpha = 0.001$ yanılma olasılığı ve $f = 2n - 4 = 28$ serbestlik derecesi ile (4) eşitliğinden karşılaştırma değeri $k=3.67$ olarak bulunur. Bu durumda da yine yalnız 44 nolu noktanın uyumsuz olduğu sonucuna varılır.

7.3. Sağlam Kestirim Yöntemi

(16) eşitliğinden, $c=2$ ve $a=2s_0 = 10$ cm ile ağırlıklar belirlenerek iteratif bir dönüşüm hesabı yapılmıştır. Sonuçlar Çizelge 5'de gösterilmiştir.

İterasyonda durdurma ölçütü olarak

$$|p^{k+1} - p^k| \leq 0.001$$

alınmıştır. Bu örnekte 5 iterasyon sonucunda istenilen sonuca ulaşılmıştır. Yeterli sayıda iterasyon sonunda ağırlıkların sıfır ya da sıfıra çok yakın bir değer olması bu noktaların uyumsuz olduğu anlamına gelmektedir.

Çizelge 5. Sağlam kestirim Yöntemiyle Her Bir İterasyonda Hesaplanan P_i Ağırlıkları ve r_i Artık Hataları

Nokta No. 1			Nokta No. 12			Nokta No. 13			Nokta No. 14		
İtr.	r_i	P_i	itr.	r_i	P_i	itr.	r_i	P_i	itr.	r_i	P_i
1	0.039	1.00	1	0.088	1.00	1	0.201	1.00	1	0.020	1.00
2	0.035	1.00	2	0.082	0.09	2	0.207	0.00	2	0.009	1.00
3	0.041	1.00	3	0.066	0.69	3	0.221	0.00	3	0.043	1.00
4	0.041	1.00	4	0.063	1.00	4	0.225	0.02	4	0.051	1.00
5	0.041	1.00	5	0.063	1.00	5	0.225	0.02	5	0.051	1.00
Nokta No. 21			Nokta No. 22			Nokta No. 23			Nokta No. 24		
1	0.196	1.00	1	0.079	1.00	1	0.085	1.00	1	0.036	1.00
2	0.230	0.00	2	0.059	0.16	2	0.077	0.11	2	0.030	1.00
3	0.255	0.00	3	0.036	1.00	3	0.051	1.00	3	0.067	1.00
4	0.258	0.00	4	0.033	1.00	4	0.048	1.00	4	0.076	1.00
5	0.258	0.00	5	0.033	1.00	5	0.048	1.00	5	0.076	1.00
Nokta No. 31			Nokta No. 32			Nokta No. 33			Nokta No. 34		
1	0.055	1.00	1	0.105	1.00	1	0.136	1.00	1	0.096	1.00
2	0.051	0.60	2	0.083	0.02	2	0.157	0.01	2	0.094	0.05
3	0.054	1.00	3	0.048	0.67	3	0.193	0.04	3	0.053	0.49
4	0.055	1.00	4	0.042	1.00	4	0.199	0.05	4	0.044	1.00
5	0.055	1.00	5	0.043	1.00	5	0.199	0.05	5	0.044	1.00
Nokta No. 41			Nokta No. 42			Nokta No. 43			Nokta No. 44		
1	0.080	1.00	1	0.117	1.00	1	0.115	1.00	1	0.309	1.00
2	0.038	0.15	2	0.095	0.09	2	0.081	0.01	2	0.337	0.00
3	0.009	1.00	3	0.053	0.47	3	0.053	0.70	3	0.385	0.00
4	0.015	1.00	4	0.045	1.00	4	0.055	1.00	4	0.392	0.00
5	0.015	1.00	5	0.045	1.00	5	0.055	1.00	5	0.392	0.00

Çizelge 5 de görüldüğü gibi 44 ve 21 nolu dayanak noktalarında 2. iterasyondan itibaren ağırlıklar sıfır olmuştur. Yani bu noktalar ilk hesaptan sonra ayıklanmıştır. 13 ve 33 nolu noktalarda ise ağırlıklar sıfıra yaklaşmakla birlikte tam sıfır olmamaktadır. Ancak bu ağırlıkların hesap sonuçlarına etkisi oldukça azdır. Sonuç olarak bu dört noktanın hatalı varsayılması doğaldır. Bu noktaların ortak noktalar kümesinden çıkarılar yeni bir dönüşüm hesabı yapmak gerekir.

Sağlam kestirim yöntemiyle hesaplama yapılırken, hatasız bile olsa kimi noktalarda ilk iterasyondan sonra hesaplanan ağırlıklar oldukça küçük kalabilmektedir. Ancak, ağırlıklar daha sonra hızlı bir şekilde 1'e yaklaşmaktadır.

8. İrdellemeler

Burada verilen test kümesi üzerinde çeşitli denemeler yapılmıştır. Ayrıca seçilen çeşitli ağırlık fonksiyonları ile değişik dağılımlar gösteren ve değişik sayıdaki nokta kümelerinden oluşan çok sayıda modeller üzerinde denemeler yapılmıştır. Bu uygulamalardan edinilen izlenimler aşağıda irdelenmiştir.

* Eşdeğerlik testinde olduğu gibi, s_0 öncül değerinin 5 katı ve daha büyük bir hata ile yüklü noktalar hiçbir sorunla karşılaşmaksızın sağlam kestirim yöntemi ile kolayca ayıklanabilmektedir.

* Hatalı nokta sayısı tüm noktaların % 30-40 gibi önemli bir yüzdesini oluşturmuyorsa, ilk dönüşüm sonucu elde edilen artık hatalar, hatasız noktalarda da kimileyin beklenenden büyük bir hata gösterebilmektedir. Ancak iterasyonla, örnekdeki 12 ve diğer noktalarda olduğu gibi, gelişmekte ve sonunda bu noktaların ağırlıkları 1'e yaklaşmaktadır. Bu durumda eşdeğerlik testi uygulanır ve ilk dönüşüm sonucu uyumsuz noktaların tümü ayıklanırsa hatasız noktaların da ayıklanma olasılığı bulunmaktadır. Pratikte en büyük uyumsuz nokta hesaptan çıkarıldıktan sonra diğerleri ile yeni bir hesaplama yapılmakta ve uyumsuz noktalar teker teker ayıklanarak bu risk azaltılmaktadır.

* Ortak noktalar kümesinin önemli bir bölümü aynı oranda ve aynı yönlü bir ötelenmeye maruz kalmışsa ilk dönüşüm sonucu, bu iki bölümün ortak sınırında en büyük artık hatalar ortaya çıkmaktadır. Ancak iterasyonla, sayısı daha az olan noktalar hatalı olarak belirlenmektedir.

* Ortak nokta sayısı çok fazla değilse, örneğin 4-8 nokta varsa, ancak $3s_0$ ve daha büyük düzeydeki hatalı noktalar ayıklanabilmektedir. Bu durumda artık hataları $2s_0 - 3s_0$ arasında olan noktaların ağırlıkları tam 1 olmamaktadır. Standardı sağlamak için eşit ağırlıklarla ve bu noktaları içine alacak şekilde yeni bir dönüşüm hesabı yapmak gerekir.

* İlk iterasyonda (16) eşitliğindeki ağırlık fonksiyonunda $a=s_0$ ve daha sonraki iterasyonlarda yine $a = 2s_0$ alınması ile hatalı noktaların hatasız varsayılarak yanlış bir gelişmenin önüne geçilebilmektedir.

* s_0 yerine m_p değeri de alınabilir. Bu durumda iterasyon sayısı azalmakla birlikte hatalı bir nokta hatasız olarak elde edilebilmektedir. İlke olarak da karşılaştırma ölçütü için noktaların uyuşum düzeyini almak yerine bu dayanak noktalarından beklenen duyarlılığı önceden kestirmek ve buna göre karar vermek daha anlamlı görünmektedir. Bu dayanak noktalarının, ancak hedeflenen duyarlılığı sağladıkları durumlarda dikkate alınabileceği düşünülebilir.

9. Sonuç

Sağlam Kestirim ilkesinden hareketle, iki ölçü kümesinin bütünleştirilebilmesi için uyşumsuz noktaların ayıklanmasında kullanılabilecek yeni bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntem, ağırlık vektörü eklenmiş bir benzerlik dönüşümü sonuçları ile uygulanabilen, oldukça etkili, kullanımı kolay ve uyşumsuz noktaların ayıklanmasında kullanılan diğer yöntemlere bir seçenek oluşturabilir.

KAYNAKLAR

- AKSOY,A. (1987a) : Jeodezik Değerlerin Matematik-İstatistik Testlerle İrdelenmesi", Türkiye I. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı 23-27 Şubat 1987, Ankara
- AKSOY,A. (1987b) : "Ülke Nirengi Ağı Sıklaştırmada Günümüz Yaklaşımları", Türkiye I. Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı 23-27 Şubat 1987, Ankara.
- KUBIK,K.;LYONS,K. (1988) "Photogrammetric Work Without Blunders", Photogrammetric Engineerin And Remote Sensing, V:54-1, 1988.
- ŞERBETÇİ, M.;ÖZTÜRK;E. (1990) "Dengeleme Hesabı", Cilt III. KTÜ.Yayını 1990, Trabzon (Baskıda)
- YAŞAYAN,A. 1990 : "Sayısal Üretilmiş Ya Da Sayısallaştırılmış Paftalar ile Uygulamalar", Harita ve Kadastro Mühendisliği Dergisi 66, 1990, Ankara.
- : "Açıklamalı-Örnekleme Büyük Ölçekli Haritaların Yapım Yönetmeliği", Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası İstanbul Şubesi Yayını, 1989, İstanbul.

BAŞKAN- Sayın Doçent Doktor Ahmet Yaşayan'a sunduğu bildiriden ötürü kendisine ben de teşekkür ediyorum. Ben yanlış algılamadıysam, formüllere girmeyeceğim-zaten girmem mümkün değil de-sunmuş olduğu konu, "Bir dengeleme değil, kaba hataların ayıklanmasını içeren bir konu" dediler.

Şimdi soru şu: Bu bir yarar sağlıyor bizim işimize; kaba hataların baştan ayıklanması, yeniden ölçü yapmamak, yeniden o işe emek sarf etmemek açısından bir yarar sağlıyor. Zaman ve para açısından bir model alıp da irdelediler mi; bize sağladığı yararlar nelerdir?

DOÇ. DR.AHMET YAŞAYAN- Özür dilerim, bir yanlış anlama oldu galiba. Bunu yapmakla ölçüden kurtulmuyoruz. Bir zorunluluk var. Elimizde bazı datalar güvenilmez, yani hatalı; bunları ayıklamak zorundayız. Bunu bu metotla ayıklamazsak; başka, testsel olarak ayıklayacağımız veya eşdeğerlik testiyle ayıklayacağız. Ondan sonrasında bir değişiklik olmadığına göre, öyle bir karşılaştırma pek mümkün değil.

Elimizdeki dataların, mesela fotogrametride buna benzer uygulama çok yapılır. Bir dizi ölçüler, var. Bunların bir bölümü yanlış, Bunların hesaptan çıkarılması gerekir. Çıkarıldıktan sonra ne olur? Bazen ek ölçülerle desteklemek gerekir, bazen hiç gerekemeyebilir. Burada da benzer problem var. Bazı durumda ek ölçüler gerekir; ama, başka yöntemde kullanırsanız, hatalı noktayı ayıklatınız, yetmiyorsa yeni ölçülerle destekleyeceksiniz.

BAŞKAN- Çıkarmadan işleme devam ediyorsanız, ayıklamadan; yanlış dataya göre? ..

DOÇ.DR.AHMET YAŞAYAN- O zaman yanlış iş yapıyorsunuz demektir. Zaten kaba hataların ayıklanması kaçınılmaz bir zorunluluk.

BAŞKAN- Evet, başka sorusu olan ?.. Buyurun Sayın Aksoy.

PROF.DR.AHMET AKSOY- Önce çok ilginç bir çalışma olduğunu belirtip, takdirlerimi sunmak istiyorum.

Biliyorsunuz bu uyuşumsuz ölçü ya da dengeleme sonuçlarının irdelenmesinde esas olan, bu sonuçların belli bir dağılımda kabul edilmesidir. Eğer dengeleme sonucu elde edilen düzeltmeler esas alınarak bazı teoriler oluşturulacaksa, bu düzeltmelerin bir dağılım modelinin de belirlenmesi gerekir. Düzeltmeler yalnız başına hiçbir dağılımda değildir; ancak, onlar örneğin "student" leştirilerek, -bu bir mesleki terim oluyor-yani düzeltmeleri karesel ortalama hatalarına bölerek belli bir dağılım içerisine alıyoruz.

Ben şöyle bir şey uygulansa daha ilginç sonuçlara varılabilir mi diye düşünüyorum da, bu çalışma yapan arkadaşlara da böyle bir çalışmayı uygulamalarını tavsiye ediyorum. Önce, düzeltmeleri "student"leştirelim, ondan sonra ağırlıklarını o büyüklüğe bağlı olarak deneme ile belirleyip, en uygun duruma getirelim derim.

Bir ikincisi: Bence en önemli sorun, uyuşumsuz ölçülerin, özellikle dönüşümlerde uyuşumsuz ölçülerin belirlenmesi değil belirlenmemesidir. Yani, bizim uygulayabildiğimiz test yöntemlerinde, eğer çok sayıda uygun gelmeyen ölçü ya da nokta koordinatı varsa, bunları açığa çıkaramıyoruz. Buna karşılık o da bir dengeleme olduğuna göre, dengeleme sonuçlarının doğruluk dereceleri fevkalade düşük oluyor. Tabii bu durumda, biz kaba olacağını gözle kestirdiğimiz bazı ölçüleri atıp daha iyi sonuçlar elde etmeye çalışıyoruz; bu tabii teorik olmuyor, deneme yanılma yöntemi oluyor.

Şimdi acaba burada önerilen, verilen koordinatlar için ağırlık belirlenmesi bu yöntem için kullanılamaz mı? Yani, atamadığımız uyumsuzluk ölçüleri yine dengelemeye sokup, ancak onları suni ağırlıklarla donatıp, diğer ölçülerin dağılımına getirme çabasını gösteremez miyiz? Bu, özellikle had sayıda ölçü olması halinde sözkonusu oluyor. Teşekkür ederim.

DOÇ.DR.AHMET YAŞAYAN- Sayın Aksoy'a teşekkür ederim. Ben, bu görüşüne

katılıyorum; fakat, bütün endişem, bütün kaygım, dengelemecileri ayağa kaldırırım diye korkuyordum. Çünkü, V karelerin yahut TR karelerin -ne ise- toplamını minimum yapma koşulundan sapıyoruz, standartlık bozuluyor; ben de aynen katılıyorum. Yani, başka çaremiz yok; ama, katkısını az veya çok bazı noktalarını ayıklamak yerine, bunların katkısını dikkate almak gerekir diyorum. Ben bu görüşe katılıyorum; ama, herhalde bunun savunmasını birlikte yaparız Sayın Aksoy. Teşekkür ederim.

BAŞKAN- Başka sorusu olan var mı arkadaşlar? .. Evet, tekrar teşekkür ediyoruz Sayın Yaşayan'a. diğer konumuz, "Sıklaştırma Ağlarında Ağırlık Optimizasyonu" başlığını taşıyor; konuyu sunmak üzere Cihangir Özşamlı arkadaşımızı kürsüye davet ediyorum. Buyurun Sayın Özşamlı.