

## MÜHENDİSLİK YAPILARININ DAVRANIŞLARININ ÇOKLU GİRİŞ-TEKLİ ÇIKIŞ MODELLERLE TANIMLANMASI

H. Erdoğan<sup>1</sup>, E. Güllal<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Aksaray Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Jeodezi Anabilim Dalı, Aksaray, [hedive.erdogan@gmail.com](mailto:hedive.erdogan@gmail.com)

<sup>2</sup>Yıldız Teknik Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Ölçme Tekniği Anabilim Dalı, İstanbul, [egullal@yildiz.edu.tr](mailto:egullal@yildiz.edu.tr)

### ÖZET

*Bu çalışmada, İstanbul Boğaziçi Köprüsü kulelerinin gözlenen giriş büyüklükleri (sıcaklık, rüzgar hızı ve trafik yükü) ile çıkış büyüklükleri (yanal ve boyamasına hareketler) arasındaki transfer fonksiyonu Çoklu giriş-Tekli çıkış (Multiple input-Single output-MISO) Auto-Regressive with exogenous input (ARX) modeli ile tanımlanmıştır. Gözlemler jeodezik yöntemlerle TCA2003 ile gerçekleştirilmiştir. Karmaşık bir yapısı olan MISO ARX modelin belirlenmesi aşamasında yapı hareketinde etkisi olmayan giriş büyüklüklerinin de belirlenmesi süreci, bu modelin kestirimini daha da güçlendirmiştir. Bu güçlüğü kısmen gidermek için de çoklu regresyon modelinden yararlanılmıştır. Bu model En Küçük Kareler yöntemi kullanılarak elde edilmiştir. Regresyon analizinde kulelerin boyamasına hareketlerinde rüzgar hızının etkisi istatistiksel olarak anlamsız bulunmuştur. Regresyon analizi sonuçlarından yararlanılarak belirlenen MISO ARX512, ARX511, ARX411 ve ARX415 modellerin çoklu regresyon modellerine (ARX010) göre yapının hareketlerini bilgi kaybına neden olmadan tanımladığı tespit edilmiştir.*

Anahtar Sözcükler: Boğaziçi Köprüsü, Giriş Büyüklüğü, Çıkış Büyüklüğü, Çoklu Regresyon, MISO ARX, Otokorelasyon

### ABSTRACT

#### IDENTIFICATION OF BEHAVIOURS ON ENGINEERING STRUCTURES USING MULTIPLE INPUT-SINGLE OUTPUT MODELS

*In this study, the transfer functions relating the input quantities (traffic load, wind speed and temperature variations) and output quantities (lateral and longitudinal movements) of the towers of the Bosphorus Suspension Bridge were defined with the parametric MISO ARX (Multiple Input-Single Output Auto-Regressive with exogenous input) model. Observations were made by geodetic methods using TCA2003. Multiple regression model was primarily used to identify the input quantities that have a significant contribution to the structural movements since insignificant input quantities increases the difficulty of defining the parameters of the inherently complex MISO ARX model. Least square method was used to determine the parameters of the multiple regression models. Regression analysis showed that the effect of wind speed on the longitudinal movements was statistically insignificant. Finally, it was also observed that the MISO ARX512, ARX511, ARX411 and ARX415 models defined by taking into account the results of regression analyses estimate structural displacements more accurately than the multiple regression models ARX010.*

Keywords: Bosphorus Bridge, Input Quantity, Output Quantity, Multiple Regression, MISO ARX, Autocorrelation.

### 1. GİRİŞ

İnşaat mühendisliğinde köprü, baraj ve kule gibi mühendislik yapıları sistem olarak ele alınmaktadır (Ren, Harik, Blandford, Lenett ve Baseheart, 2004). Tanımlama tekniğinde bu sistemlerin giriş ve çıkış büyülüklüklerine bağlı olarak davranış modelinin elde edilebilmesi için, yapılarla etkilenen büyülüklüklerin belirlenmesi ve ölçülmesi gerekmektedir. Elastik yapılarda, özellikle köprülerde hareketli yüklerin, örneğin; trafik yükünün, dinamik etkisinin belirlenmesi karmaşık bir problemdir. Bu amaçla çalışmalar, ya teorik ya da deneyel olarak gerçekleştirilmektedir. Yapılan çalışmalarında, hareketli yüklerin bazı parametrelerini indirmek, genellikle de ihmali etmek suretiyle köprülerin dinamik davranışlarına etkisi araştırılmıştır (Michaltsos, 2002). Diğer yandan hareketli yüklerin, köprü titreşimine neden olan en önemli parametresinin hız olduğu yapılan araştırmalarda belirtilmiştir (Henchi ve Fafard, 1997). Ayrıca, köprüler hem yıllık hem de günlük sıcaklık değişimlerinden etkilenmektedirler. En büyük uzama, yaz günleri, en büyük kısalmış ise kış geceleri meydana gelmektedir. Rüzgar hızı ise köprülerin yapısal tasarımında her zaman çok önemli olmuştur. Fakat rüzgar yükünün güvenilirlik ve doğruluk tanımı için rüzgarın özelliklerini ifade etmede belirsizlikler bulunmaktadır. Yapılan rüzgar analizi çalışmalarında, rüzgarın yatay olarak her yönde esebileceği ve yüksekliğe bağlı olarak da değişim gösterebileceği ifade edilmektedir (Ochshorn, 1981).

Model belirlemede, sistemle ilgili, fiziksel yasalara dayalı öncül bilgilerden ve sisteme etkilenen büyülüklüklerle (giriş büyülüğu ya da giriş sinyali) sistemin bu büyülüklere olan tepkilerinden (çıkış büyülüğu ya da çıkış sinyali) yararlanılmaktadır. Fiziksel yasalar diferansiyel ya da cebirsel eşitlikler yardımcı ile tanımlanmaktadır. Bu şekilde model, sadece giriş ve çıkış büyülükleri arasındaki ilişki ile değil, aynı zamanda model yapısının da belirlenmesi ile ifade edilmektedir (Hesse, Heunecke, Speth ve Stelzer, 2000; Roeck, Peeters ve Maeck, 2000; Shane ve Ratneshwar,

## Mühendislik Yapılarının Davranışlarının Çoklu Giriş-Tekli Çıkış Modellerle Tanımlanması

2005). Diğer yandan, sistemle ilgili herhangi bir öncül bilginin olmaması ya da sistemin çok fazla karmaşık bir yapıya sahip olması durumlarında, sistemin modelini belirlemeye tanımlama metodlarından (parametrik tanımlama gibi) yararlanılmaktadır. Bu durumda model giriş ve çıkış büyüklüklerinden yararlanılarak elde edilmektedir. Bu teknik, sistem derecesi, giriş ve çıkış büyüklüklerinin seçimi ile ilgili olarak bazı öncül varsayımlar yapılarak uygulanabilmektedir (Gevers, Miskovic, Bonvin ve Karimi, 2005; Koulocheris, Dertimanis ve Vrazopoulos, 2003; Maruki, 2004). Bu amaçla yaygın olarak kullanılan parametrik modeller ARX (Auto-regressive with eXogenous Input; ekstra girişli otoregresif model), ARMAX (Auto-regressive Moving average with eXogenous Input; ekstra girişli ortalama hareketli otoregresif model), OE (Output Error; hata çıkışlı model) ve BJ (Box-Jenkins) modellerdir.

Bu çalışmada ise, Boğaziçi Köprüsü kulelerinin yanal ve boylamasına hareketleri ile köprüye etkiyen sıcaklık değişimleri, rüzgar hızı ve araç sayısı büyüklükleri arasındaki transfer fonksiyonunun çoklu regresyon modeli ve MISO ARX modeli ile belirlenmesi amaçlanmıştır.

## 2. SİSTEM TANIMLAMASI

### 2.1 Çoklu Regresyon

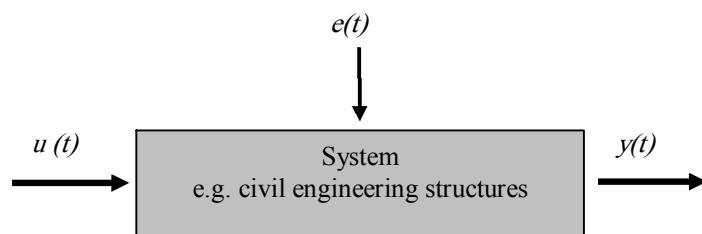
Çoklu regresyon modeli genel olarak Eşitlik (1) ile tanımlanabilir.

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} + \dots + \beta_p x_{pi} + e_i \quad (i=1,2,\dots,N) \quad (1)$$

Burada,  $y_i$  gözlenen çıkış büyüklükleri ya da sinyaller,  $x_{1i}, \dots, x_{pi}$  gözlenen giriş büyüklükleri ya da sinyalleri,  $\beta_0, \dots, \beta_p$  bilinmeyen parametreler,  $p+1$  bilinmeyen sayısı,  $p$  giriş büyüklüklerinin sayısı ve  $e_i$  ise  $E(e_i)=0$ ,  $\text{Var}(e_i)=\sigma^2$  olan rasgele hatalardır. Eşitlik (1)'deki bilinmeyen parametreler En Küçük Kareler Metodu ile tahmin edilir ve istatistiksel olarak anlamlı olup olmadıkları test edilir. Test sonucu, anlamsız parametrelere ait giriş büyüklükleri Eşitlik (1)'den çıkartılır ve analiz süreci anlamlı parameter(ler) kalana kadar devam eder (Erdogán ve Güllal, 2009).

### 2.2 ARX Model

Giriş-çıkış büyükleri arasındaki temel ilişki Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1: Giriş- çıkış büyükleri arasındaki temel ilişki

Eşit zaman aralıklı olarak ölçülen giriş büyüğü ya da sinyali  $u(t)$  ile çıkış büyüğü ya da sinyali  $y(t)$ ,  $t=1,2,\dots,N$  arasındaki lineer ilişki aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$y(t) = G(q)u(t) + v(t) \quad (2)$$

Burada,  $q$  geciktirme işlemcisi (shift operator),  $G(q)$  sistemin deterministik kısmının transfer fonksiyonu ve  $v(t)$  ise sistemin filtrelenmiş beyaz gürültü olarak ifade edilen bozucu etkilerini tanımlar.

$$v(t) = H(q)e(t) \quad (3)$$

Eşitlik (3)'daki  $e(t)$ ,  $\lambda$  varyanslı beyaz gürültü ve  $H(q)$  sistemin stokastik kısmının transfer fonksiyonudur. Eşitlik (2) ve (3) düzenlenerek Eşitlik (4) elde edilir ve bu eşitlik sistemin zaman bölgesindeki tanımını verir.

$$y(t) = G(q)u(t) + H(q)e(t) \quad (4)$$

Bu eşitliğin transfer fonksiyonları,  $nk$  girişin çıkışa göre gecikme zamanı olmak üzere, çoğunlukla tercih edilen ARX model için Eşitlik (5)'de verilmiştir.

$$G(q) = q^{-nk} \frac{B(q)}{A(q)}, \quad H(q) = \frac{1}{A(q)} \quad (5)$$

$A(q)$  ve  $B(q)$   $q^l$  gecikme işlemcisine bağlı olarak tanımlanan ARX modelin polinom fonksiyonlarıdır.

$$A(q) = 1 + \alpha_1 q^{-l} + \dots + \alpha_{na} q^{-na} \quad (6)$$

$$B(q) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & \dots \\ b_{21}q^{-l} & b_{22}q^{-l} & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{nb1}q^{-nb+l} & b_{nb2}q^{-nb+l} & \dots & b_{nbnu}q^{-nb+l} \end{bmatrix}$$

Burada,  $B(q)$ ,  $n \times n$  boyutlu bir matris,  $na$  ve  $nb$  polinom fonksiyonlarının dereceleri ve  $nu$  giriş büyülüğünün sayısıdır. Genel olarak, SISO (Single Input- Single Output; tekli giriş-tekli çıkış) ya da MISO ARX modeller Eşitlik (7)'deki gibi ifade edilir (Ljung, 1999).

$$A(q).y(t) = B(q).u(t-nk) + e(t) \quad (7)$$

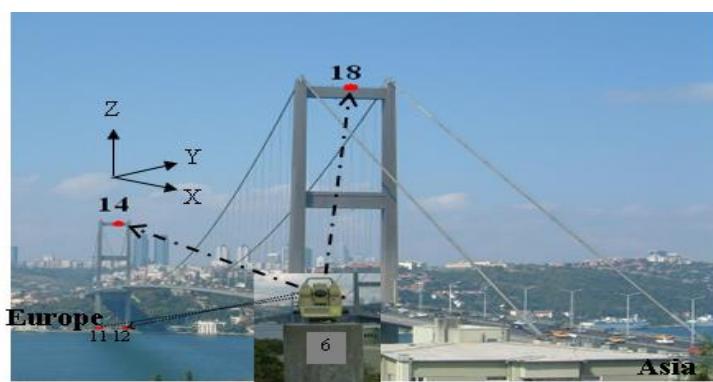
ARX modelin  $a$  ve  $b$  parametreleri En Küçük Kareler Metodu ile çözülür. Çok sayıda öngörülen modellerin gözlemler için en uygun olanı ise kayıp fonksiyon ve Final Prediksiyon Hatası (Final Prediction Error ; FPE) kullanılarak belirlenir (Ljung, 1999).

### 3. BOĞAZİÇİ KÖPRÜSÜ'NÜN TANIMI

Boğaziçi Köprüsü'nün yapımına 1970 yılında başlanmış ve 1973 yılında da tamamlanarak hizmete açılmıştır. Boğaziçi Köprüsü, 1074 m ana açıklıklı, sırasıyla Avrupa ve Asya yakalarında olmak üzere 231 m ve 255 m kenar açıklıklı, narin kuleli ve eğik askılı modern bir asma köprüdür. Köprü kuleleri çelik kutu kesitli olup 165 m yüksekliğindedir. Köprü 6 şeritli bir karayolu trafiğini taşıyacak şekilde projelendirilmiş olup iki tarafta yaya yolu düzenlenmiştir. Trafik yükü olarak ilgili İngiliz yük standardının verdiği değerler %10 artırılarak alınmış ve 180 tonluk özel taşıt yükü de gözetilmiştir. Rüzgar yükü için maksimum rüzgar hızı 45 m/sn alınmıştır. Ayrıca İstanbul'un deprem bölgesinde olduğu düşünülerek köprü, temel zemin ivmesi yatayda 0,1 g'lik ivmesine dayanacak şekilde hesaplanmıştır. Düşey için ise 0,05 g olarak hesaplanmıştır.

#### 3.1 Ölçümlerin yapılması ve değerlendirilmesi

Bu çalışmada, Boğaziçi Köprüsü kulelerinin yanal ve boylamasına hareketleri ile köprüde etkili olan sıcaklık değişimleri, trafik yükü ve rüzgar hızı büyülükleri arasındaki ilişki araştırılmıştır. Yanal ve boylamasına hareketler kulelerin üstüne tesis edilen 14 ve 18 numaralı obje noktalarına 6 numaralı referans noktasından yapılan gözlemlerden elde edilmiştir. 11 ve 12 numaralı noktalar ise açı bağlamak için kullanılmıştır. Gözlemler Leica TCA2003 motorize total station ile 10 dakika örneklemeye periyodunda 10 saat olarak gerçekleştirılmıştır (Şekil 1). Bu zaman aralığında sıcaklık değişimleri, araç sayısı ve rüzgar hızı da gözlenmiştir. Gözlemler seçilen Köprü Koordinat Sisteminde (KKS) değerlendirilmiştir. Bu sistemde X ekseni köprünün boylamasına yönü (trafik akışı yönü), Y ekseni X eksene dik köprünün yanal yönü ve Z ekseni de düşey yönü olarak seçilmiştir (Şekil 2).

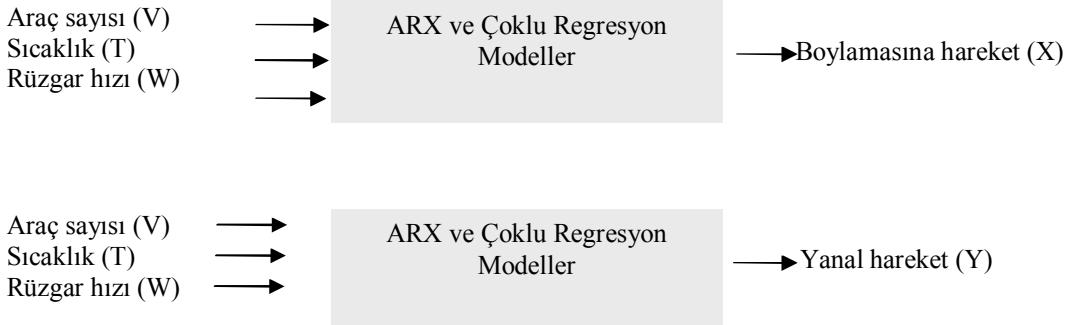


Şekil 2: Boğaziçi Köprüsü, Köprü Koordinat Sistemi (KKS) ve 6, 11 ve 12 nolu referans noktaları yardımıyla kule üzerindeki 14 ve 18 numaralı obje noktalarına TCA2003 ile yapılan gözlemler

## Mühendislik Yapılarının Davranışlarının Çoklu Giriş-Tekli Çıkış Modellerle Tanımlanması

### 3.2 Çoklu Regresyon ve ARX Model Analizi

Boğaziçi Köprüsü dinamik bir sistemdir. Köprünün kuleleri ise bu sistemin birer parçalarıdır. Köprü kulelerine etkiyen sıcaklık değişimleri ( $T$ ), araç sayısı ( $V$ ) ve rüzgar hızı ( $W$ ) sistemin giriş büyütüğü ya da giriş sinyali, kulelerin bu giriş büyütüklerine boyamasına ve yanal yönlerdeki tepkileri ise sistemin çıkış büyütüğü ya da çıkış sinyali olarak ele alınmıştır. Giriş ve çıkış büyütükleri gözlenen kulelerin transfer fonksiyonları için ARX modeller (13) ve çoklu regresyon modelleri (1) öngörülümüştür. Kulelerin transfer fonksiyonları için öngörülen modeller Şekil (3)'de ifade edilen MISO modellerdir.



Şekil 3: Boğaziçi Köprüsü kulelerinin transfer fonksiyonu için öngörülen giriş - çıkış büyütükleri ve MISO modeller

Model belirleme sürecinde ilk olarak, kulelerin gözlenen hareketlerinden ortalama değerleri çıkartılmıştır. Daha sonra ise (1) eşitliği ile tanımlanan çoklu regresyon modelindeki bilinmeyen parametreler ve bu parametrelerin kovaryans matrisleri En Küçük Kareler Metodu ile tahmin edilmiştir. Ayrıca, modellerin model değerlendirme kriterlerinden  $\lambda_0$  kayıp fonksiyon ve  $FPE$  değerleri de hesaplanmıştır. Table 1 de  $\lambda_0$  kayıp fonksiyon ve  $FPE$  değerleri ile belirlenen modeller verilmiştir.

Tablo 1: Köprü kulelerinin araç sayısı ( $V$ ), sıcaklık değişimleri ( $T$ ) ve rüzgar hızı ( $W$ ) ile ortalama değerleri çıkartılmış boyamasına ( $X$ ) ve yanal ( $Y$ ) hareketleri arasındaki ilişkinin çoklu regresyon modelleri,  $\lambda_m$  ve  $FPE$  kriterleri

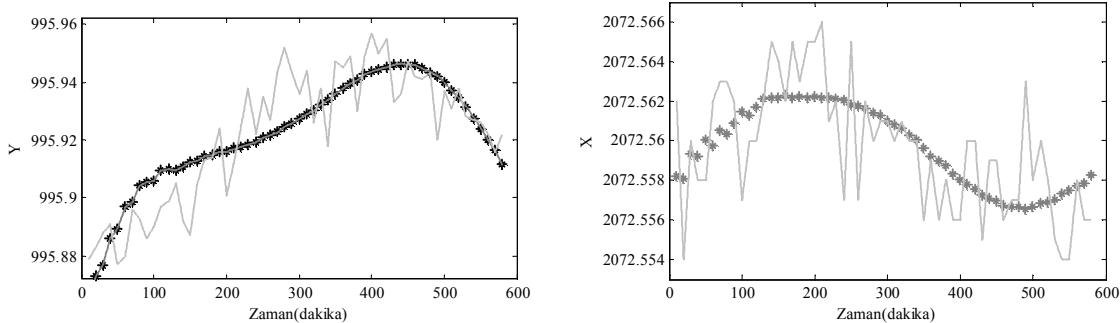
Kule	Model: $y_i = \beta_0 + \beta_1 V_i + \beta_2 T_i + \beta_3 W_i$	$\lambda_0$	$FPE$
Kule Avrupa	$Y_{14} = 1.2002 + 0.00013V - 0.0668T + 0.0346W$	0.1365	0.1567
	$X_{14} = -0.2745 - 0.000036V + 0.0136T - 0.0014W$	0.0066	0.0075
Kule Asya	$Y_{18} = 0.7950 + 0.0798V - 0.0443T + 0.0137W$	0.0359	0.0407
	$X_{18} = 0.1669 + 0.0190V - 0.0087T + 0.00005W$	0.0079	0.0089

Tablo 1'de belirlenen modellerin katsayılarının istatistiksel olarak anlamlı olup olmadıkları 95% güven düzeyinde  $f$  serbestlik derecesine bağlı  $t$ -dağılımının güven sınırı  $t_{f, l-0.05/2}$  ile karşılaştırılmıştır. Test sonucu kulelerin boyamasına yönlerindeki hareketini temsil eden modeldeki rüzgar hızına ait katsayı istatistiksel olarak;  $|t|_{Kule\ Avrupa} < t_{54, l-0.05/2} = 0.88 < 2$  ve  $|t|_{Kule\ Asya} < t_{61, l-0.05/2} = 0.04 < 2$  olduğundan anlamsız çıkmıştır. Böylece rüzgar hızının kulelerin boyamasına yönlerindeki hareketlerine etkisi ihmal edilmiştir. Rüzgar hızının ihmal edilmesi sonucu, kulelerin boyamasına hareketlerini tanımlayan modelleri sıcaklık değişimleri ve araç sayısı büyütükleri ile belirlenmiştir (Table 2). Table 1 ve Table 2'de kulelerin boyamasına hareketlerini tanımlayan modellerin parametrelerinin,  $\lambda_0$  kayıp fonksiyon ve  $FPE$  değerlerinin hemen hemen aynı oldukları görülmektedir. Bu da rüzgar hızının kulelerin boyamasına hareketlerinde etkili bir değişken olmadığını göstermiştir. Böylece kulelerin boyamasına hareketini tanımlayan model iki giriş büyütüğü ile belirlenmiştir.

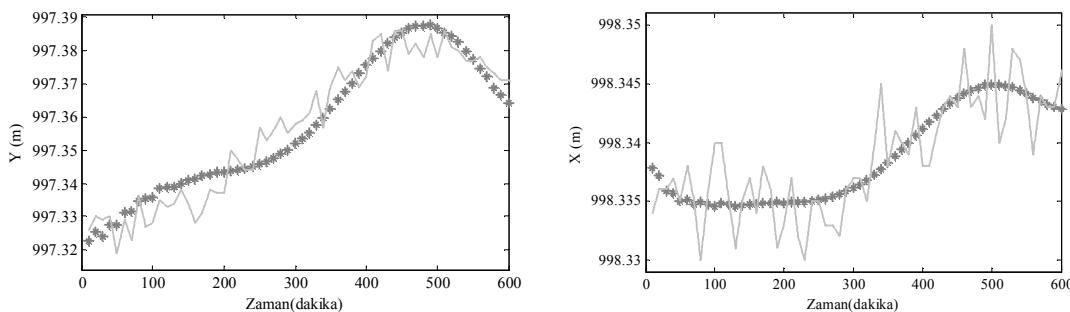
Tablo 2: Köprü kulelerinin araç sayısı ( $V$ ) ve sıcaklık değişimleri ( $T$ ) ile ortalama değeri çıkartılmış boyamasına ( $X$ ) hareketleri arasındaki ilişkinin çoklu regresyon modelleri,  $\lambda_m$  ve  $FPE$  kriterleri

Kule	Model: $y_i = \beta_0 + \beta_1 V_i + \beta_2 T_i$	$\lambda_0$	$FPE$
Avrupa	$X_{14} = -0.1716 - 0.00004V + 0.0084T$	0.0066	0.0074
Asya	$X_{18} = 0.1634 + 0.0190V - 0.0085T$	0.0079	0.0087

Böylece, kulelerin yanal hareketleri araç sayısı, sıcaklık değişimleri ve rüzgar hızına bağlı modellerle, boylamasına hareketleri de araç sayısı ve sıcaklık değişimlerine bağlı modellerle belirlenmiştir. Table 1 and Table 2'de verilen çoklu regresyon modellerinden hesaplanan (gözlemlerin ortalama değeri eklenmiştir) ve gözlenen çıkış büyütükleri Şekilleri (4) ve (5)'da verilmiştir. Şekillerde, modellerden hesaplanan ve gözlenen çıkış büyütüklerinin uyumlu olduğu görülmektedir.



Şekil 4: Avrupa tarafındaki kulenin gözlenen (...) ve En Küçük Kareler Metodu (\*) ile kestirilen çoklu regresyon modellerinden hesaplanan boylamasına ve yanal hareketleri (gözlemlerin ortalama değeri eklenmiştir)



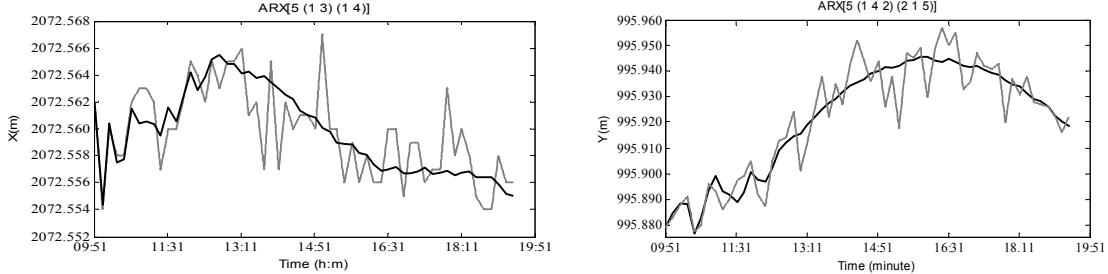
Şekil 5: Asya tarafındaki kulenin gözlenen (...) ve En Küçük Kareler Metodu (\*) ile kestirilen çoklu regresyon modellerinden hesaplanan boylamasına ve yanal hareketleri (gözlemlerin ortalama değeri eklenmiştir)

Kulelerin boylamasına ve yanal hareketlerine ait modellerin (1) eşitliğindeki çoklu regresyon ile belirlenmesi aşamasında, modeldeki giriş büyütüklerinin anlamlı olup-olmadıkları tespit edilmiştir. Bu tür modellerde, model  $t_i$  zamanındaki giriş büyütüklerine  $t_i$  zamanında tepki göstermektedir. Bu durumda sistem "kulelerin" giriş büyütüğüne gecikmeden tepki gösterdiği ve bu yüzden statik yapıda olduğu düşünülmektedir. Bu durumda kulelerin çoklu regresyon modelleri "statik çoklu regresyon modeli" olarak ifade edilebilir. Ayrıca, modeldeki hem giriş büyütüğünün hem de çıkış büyütüğünün daha önceki değerleri de dikkate alınmamaktadır. Bu şekilde elde edilen statik çoklu regresyon modellerini (6) ve (7) eşitliklerinde ifade edilen ARX modelin  $na$ ,  $nb$  ve  $nk$  parametreleri ile gösterebiliriz. Bu durum da kulelerin yanal hareketlerini tanımlayan statik çoklu regresyon modellerinin Otoregresif derecesi  $na=0$ , değişken sayısı  $nu=3$  (araç sayısı, sıcaklık değişimleri ve rüzgar hızı) için  $X$  derecesi  $nb=[1 \ 1 \ 1]$  ve gecikme değerleri  $nk=[0 \ 0 \ 0]$ , boylamasına hareketlerini tanımlayan statik çoklu regresyon modelinin de  $na=0$ ,  $nu=2$  için (araç sayısı, sıcaklık değişimleri)  $nb=[1 \ 1]$  ve  $nk=[0 \ 0]$ 'dır. Böylece, kulelerin hareketlerini tanımlayan "statik çoklu regresyon modeli" ARX010 model ( $[na, nb, nk]=[0 \ 1 \ 0]$ ) şeklinde ifade edilebilir.

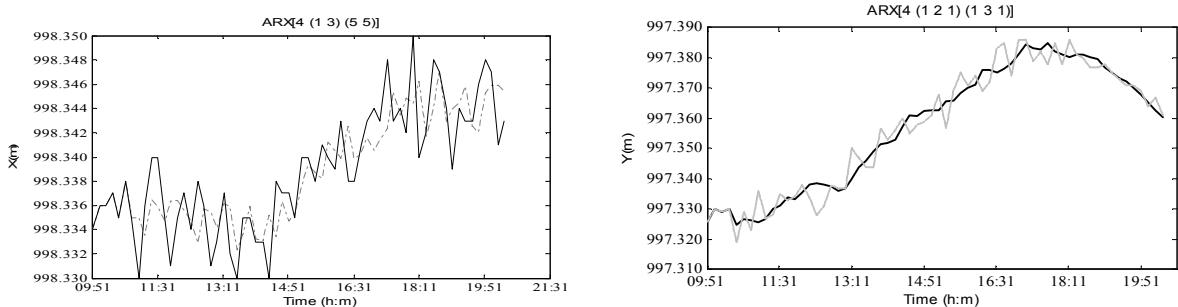
Köprü kulelerinin hem geçmiş dönem giriş ve çıkış büyütüklerini hem de giriş büyütüğünün çıkış büyütüğünün gecikmeli olarak tepki göstermesini dikkate alan MISO ARX modellerle transfer fonksiyonları belirlenmiştir. Bu tür modeller giriş büyütüğü birden fazla olduğundan oldukça karmaşık yapıdadırlar. Bu nedenle, statik çoklu regresyon analizi ile elde edilen sonuçlardan yararlanılarak kulelerin (7) eşitliğindeki MISO ARX modellerle tanımlaması yapılmıştır. (7) eşitliğindeki MISO ARX modellerde model derecelerinin ve gecikme değerlerinin belirlenebilmesi için çok sayıda farklı derecelerde ve gecikme değerlerinde modeller öngörülmüştür. Bu modellerin parametreleri ise En Küçük Kareler Metodu ile tahmin edilmiştir. Öngörülen modeller içerisinde en küçük  $\lambda_0$  ve  $FPE$  değerlerini alan model, kulelerin hareketlerini tanımlayabilecek en uygun MISO ARX modeller olarak kabul edilmiştir (Tablo 3). Tablo 3'de kuleler için belirlenen modellerin her birinin farklı derecelerde ve gecikme zamanlarında olduğu da görülmektedir. Tablo 3'deki MISO ARX modellerden hesaplanan boylamasına ve çıkış büyütükleri ile kulelere yapılan gözlemler Şekil (6) ve (7)'da gösterilmiştir. Şekillerde, modellerden hesaplanan çıkış büyütüklerinin kulelere yapılan gözlemleri yansıtımı yapılmaktadır.

Boğaziçi Köprüsü kulelerinin hareketlerinin MISO ARX modellerle tanımlanmasında, kulelerin hem geçmiş dönem giriş ve çıkış büyütükleri hem de gecikme zamanları dikkate alınmıştır. Bu tür modeller dinamik sistemlerin "sisteme göre enerji depolayan ve zamanla (gecikmeli olarak) depoladığı enerjiyi veren sistemler" tanımını yansımaktadır. Böylece, dinamik sistem köprü'nün kuleleri, dinamik davranışları tanımlama özelliği gösteren Tablo 3'deki MISO ARX modellerler tanımlanmıştır.

## Mühendislik Yapılarının Davranışlarının Çoklu Giriş-Tekli Çıkış Modellerle Tanımlanması



Şekil 6: Avrupa tarafındaki kulenin X için MISO ARX511, Y için MISO ARX512 modellerinden hesaplanan çıkış büyüklikleri (—) ile gözlenen değerleri (- - -)



Şekil 7: Asya tarafındaki kulenin X için MISO ARX415, Y için MISO ARX411 modellerinden hesaplanan çıkış büyüklikleri (—) ile gözlenen değerleri (- - -)

Tablo 3: Kulelerin boylamasına ve yanal hareketleri için elde edilen ARX modeller, dereceleri ( $n_a$ ,  $n_b$  ve  $n_k$ ) ve polinom değerleri ( $A$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ )

Kulelerin Hareket Yönü	MISO ARX[ $n_a$ ( $n_b$ ) ( $n_k$ )]	Model: $A(q)y(t)=B(q).u(t-nk)+e(t)$ $A, B_1, B_2, B_3$ , Polinom Değerleri
Y	ARX[5 (1 4 2) (2 1 5)]	$A(q)=1-0,2381q^{-1}-0,2435q^{-2}+0,0488q^{-3}-0,2758q^{-4}-0,2889q^{-5}$ $B1(q)=0,0201q^{-2}$ $B2(q)=-0,0539q^{-1}-0,0735q^{-2}+0,1571q^{-3}+0,0896q^{-4}$ $B3(q)=0,1000q^{-5}, 0,1174 q^{-6}$ $\lambda_0=0,000068733, FPE=0,000104595$
X	ARX[5 (1 3) (1 4)]	$A(q)=1-0,3450q^{-1}-0,4324q^{-2}+0,1558q^{-3}-0,1766q^{-4}-0,2017q^{-5}$ $B1(q)=0,0040q^{-1}$ $B2(q)=0,0618q^{-4}-0,0209q^{-5}-0,03265q^{-6}$ $\lambda_0=0,00000559, FPE=0,000007650$
Y	ARX[4 (1 2 1) (1 3 1)]	$A(q)=1-0,1666q^{-1}-0,2045q^{-2}-0,3382q^{-3}-0,2906q^{-4}$ $B1(q) = -0,0096q^{-1}$ $B2(q) = 0,0109q^{-3}, -0,0100q^{-4}$ $B3(q) = 0,0056q^{-1}$ $\lambda_0=0,000018528, FPE=0,000023822$
X	ARX[4 (1 3) (5 5)]	$A(q) = 1-0,4012q^{-1}+0,0463q^{-2}-0,2495q^{-3}-0,3956q^{-4}$ $B1(q) = -0,0029q^{-5}$ $B2(q) = -0,0293q^{-5}+0,0055q^{-6}+0,02062q^{-7}$ $\lambda_0=0,000007915, FPE=0,000010176$

Ayrıca, statik çoklu regresyon modellere ait  $\lambda_0$  ve  $FPE$  değerleri (Table 1 and 2) MISO ARX modellerin  $\lambda_0$  ve  $FPE$  değerlerinden (Table 3) büyüktür. Bu da, kuleler için en uygun modelin MISO ARX modeller olması gerektiğini göstermektedir. Ayrıca, bu değerler statik çoklu regresyon modellerinin bilgi kaybına neden olduğunu da göstermektedir. Çünkü çoklu regresyon modeli, gözlenen yapı hareketlerini tam olarak yansıtmadığı için gözlemlerin düzeltmeleri,  $\lambda_0$  ve  $FPE$  değerleri büyük elde edilmiştir.

## 4. SONUÇLAR

Bu çalışmada, dinamik bir sistem olan Boğaziçi Köprüsü kulelerinin transfer fonksiyonları modelleri belirlenmiştir. Belirlenen modeller, kulelerin araç sayısı, rüzgar hızı ve sıcaklık değerlerinin artış gösterdiği 9:51-19:45 zaman aralığındaki hareketlerini yansımaktadır. Transfer fonksiyonları için çoklu regresyon modelleri ve MISO ARX modelleri öngörlülmüştür. Çoklu regresyon analizinde, çoklu regresyon modelinin statik davranış özelliği gösterdiği tespit edilmiş ve sistem tanımlamasına göre ARX010 olarak ifade edilmiştir. Bu tür modellerin kulelerin hareketlerini

tanımlamada bilgi kayıpları içerebileceği de  $\lambda_0$  ve  $FPE$  kriterlerinin MISO ARX modelin  $\lambda_0$  ve  $FPE$  kriterlerinden büyük çıkması ile tespit edilmiştir.

ARX010 çoklu regresyon analizi ile elde edilen bilgilerden yararlanılarak köprü kulelerinin farklı derecelerde ve gecikme zamanlarındaki MISO ARX modelleri daha kolay elde edilmiştir. Elde edilen MISO ARX512, ARX511, ARX411 ve ARX415 modellerin (Tablo 3) kulelerin hareketlerini bilgi kaybı olmaksızın tanımlayan en uygun modeller olduğu da görülmüştür. Çünkü, MISO ARX modellerin  $\lambda_0$  ve  $FPE$  değerleri de statik modelin  $\lambda_0$  ve  $FPE$  değerlerinden küçük elde edilmiştir.

## TEŞEKKÜR

İstanbul Boğaziçi Köprüsünde yapılan bu çalışma 25-05-03-02 YTUBAPK numaralı, "Asma Köprülerin İç ve Dış Yükler Altında Davranışlarının Sürekli Ölçü Yöntemleri ile İzlenmesi" konulu proje kapsamında yapılmıştır. Bu projeye destek veren Yıldız Teknik Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü'ne ve çalışmalar sırasında desteklerini esirgemeyen Karayolları 17. Bölge Müdürlüğü'ne teşekkür ederiz.

## KAYNAKLAR

- Erdoğan, H., Güllal, E., 2009. *Identification of dynamic systems using multiple input-single output (MISO) models*, Nonlinear Analysis: Real World Applications, 10, pp. 1183-1196.
- Gevers, M., Miskovic, L., Bonvin, D., Karimi, A., 2005. Identification Of A Two-Input System: Variance Analysis, In: 16th IFAC World Congress, Prague, Tchequie, July 4-8, pp.CD-Rom paper 02720.
- Hesse, C., Heunecke, O., Speth, M., Stelzer, I., 2000. *Belastungsversuche an Einem Schalentragwerk aus Ziegelsteinen*, XII. Internationaler Kurs für Ingeniervermessung München, pp. 340-345
- Henchi, K., Fafard, M., 1997. *Dynamic Behaviour of Multi-Span Beams Under Moving Loads*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 199(1), p. 33-50
- Ljung, L., 1999. *System Identification: Theory For The User. Second Edition*, Prentice-Hall, Upper Saddle River, New Jersey, USA.
- Koulocheris, D., Dertimanis, V., Vrazopoulos, 2004. Evolutionary Parametric Identification of Dynamic Systems, Forschung im Ingenieurwesen 68, 173-181, Springer-Verlag, 173-181pp.
- Maruki, T., 2004. Structural Health Monitoring Using Parametric Models in System Identification, University of California, Irvine, Department of Civil and Environmental Engineering.
- Michaltsos, G. T., 2002. *Dynamic Behaviour of A Single-Span Beam Subjected to Loads Moving With Variable Speede*, Journal of Sound and Vibration, Vol. 258(2), p. 359-372
- Ochshorn, J., 1981. *Building Code, Wind Loads*, Department of Architecture, Cornell University, New York
- Roeck, G., Peeters, B., Maeck, J., 2000. *Dynamic Monitoring of Civil Engineering Structures, Computational Methods For Shell and Spatial Structures*, IASS-IACM, Athens, Greece.
- Ren, W. X., Harik, I. E., Blandford, G. E., Lenett, M., Baseheart, T. M., 2004. *Roebling Suspension Bridge. II: Ambient Testing and Live-Load Response*, Journal of Bridge Engineering, Vol. 9, No. 2, 119-126 pp
- Shane, C., Ratneshwar, J., 2005. *Structural Damage Detection Using AR-ARX Models*, Department of Mechanical and Aeronautical Engineering, Clarkson University.