

Kocaeli İlinde Yerel Jeoidin Enterpolasyon Yaklaşımıyla Belirlenmesi

Şentürk E.^{1*}, İnce C.D.¹

Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, 41380, Kocaeli.

Özet

GPS ile kolay, hızlı ve duyarlı koordinat bilgisinin elde edilmesi, GPS'in yükseklik ölçmelerinde de tercih edilmesini sağlamıştır. GPS nivelmanı ile belirlenen yükseklikler elipsoidal yükseklikler olup, bu yüksekliklerin ortometrik yüksekliklere dönüştürülmesi gerekmektedir. GPS ile elde edilen elipsoidal yükseklikler, uygulamada çeşitli enterpolasyon yöntemleri yardımıyla ortometrik yüksekliğe dönüştürülür. Bu dönüşüm için, yeterli sayıda ve doğrulukta jeoid yükseklikleri bilinen noktalara ihtiyaç duyulur. Bu çalışmada, Kocaeli iline dağılmış hem elipsoidal hem de ortometrik yükseklikleri mevcut 1018 nirengi noktası kullanılmıştır. Çalışma alanını ve bu alanın karakteristik noktalarını temsil edebilecek 200 adet nokta seçilerek "Jeoid Dayanak Noktaları Ağı" oluşturulmuş ve seçilen bu noktalardan yararlanarak, Kocaeli il sınırlarını kapsayacak uygun bir yerel jeoid modelinin tasarlanması amaçlanmıştır. Bu kapsamda ağırlıklı ortalama ile, polinomlarla, multiküadratik, üçgenlerle doğrusal ve kriging enterpolasyon olmak üzere beş farklı enterpolasyon yöntemi denenmiştir. Elde edilen sonuçlar, dönüşüme katılmayan diğer 818 adet test noktasının verileri ile karşılaştırılarak, yöntemlerin istatistiksel anlamda başarıları yorumlanmıştır.

Anahtar Sözcükler

Jeoid, Modelleme, Nivelman, GPS Nivelmanı, Enterpolasyon

1. Giriş

Jeoidin belirlenmesi, jeodezi bilim dalının temel araştırma konularından birini oluşturmaktadır. Bu araştırmalar, zaman içerisinde daha yüksek doğruluklu jeopotansiyel modellerin gelişmesini sağlamıştır. Jeoidin belirlenmesi konusu, iki temel yaklaşımla sınıflandırılabilir. Bunlar gravimetrik yaklaşım ve geometrik yaklaşımdır. Gravite ölçmeleri ile jeoidin belirlenmesi gravimetrik yaklaşımdır. Gravimetre ölçmeleri ile yüksek duyarlı jeoid belirlenebilmesine rağmen, gravite ölçmelerinin çoğu zaman topoğrafyanın yüksek kesimlerinde yapılamaması ve yüksek çözünürlüklü gravite verilerinin elde edilme güçlüğü bu yöntemin dezavantajlarını oluşturmaktadır (Akyılmaz ve diğ., 2009).

Yeterli gravimetrik verinin olmadığı durumlarda jeoid, diğer bir yöntem olan geometrik yaklaşımlar ile modellenebilir (Ambrožič, ve diğ., 1999). Geometrik yaklaşıma astro-jeodezik veya GPS ile yükseklik belirleme çalışmaları örnek gösterilebilir. GPS ile yükseklik belirleme, GPS nivelmanı ile belirlenen elipsoidal yükseklikler ile geometrik nivelmanla belirlenen ortometrik yükseklikler arasındaki jeoid yüksekliği denilen farkların belirlenmesi yaklaşımıdır (Yong-Qi ve Zhicai, 2004). GPS konumlandırma tekniklerinin gelişmesi ile birlikte, GPS ve geometrik nivelman ölçüleriyle yüksek duyarlı jeoid belirlenmesi çalışmaları ilgi çekici hale gelmiştir (Engelis ve diğ., 1985). 15 Temmuz 2005 tarih ve 25876 sayılı Resmi Gazete'de yayınlanarak yürürlüğe giren Büyük Ölçekli Harita ve Harita Bilgileri Üretim Yönetmeliği'nin (BÖHHBÜY) 40. Maddesi de "GPS ile bulunan elipsoit yüksekliğinden Helmert ortometrik yüksekliklere dönüşüm için Türkiye Jeoidi (TG99A) veya yerel GPS nivelman jeoidi kullanılarak GPS nivelmanı uygulanır." şeklinde düzenlenmiştir. Ancak geometrik yaklaşımın doğruluğu, GPS ve nivelman noktalarının sayısı, jeoidin bölgedeki karakteristiği, kullanılan enterpolasyon yöntemi, GPS ve nivelman ölçülerinin duyarlılığı gibi çeşitli faktörlere bağlıdır (Yong-Qi ve Zhicai, 2004). Jeoidin belirlenmesinde genellikle doğrusal veya düşük dereceli polinomlar kullanılır (Featherstone ve diğ., 1998). Polinomlarla enterpolasyonun dışında, en yakın komşu enterpolasyonu, ağırlıklı ortalama ile enterpolasyon, üçgenlerle doğrusal enterpolasyon, multiküadratik enterpolasyon, en küçük eğrilikli yüzey gibi yöntemlerin yanı sıra, kriging yöntemi, en küçük karelerle kollokasyon yöntemi, wavelet analiz yöntemleri, yapay sinir ağları, bulanık mantık yaklaşımları gibi çalışmalar da yapılmaktadır (Yanalak ve İnce, 1997, Yanalak, 2002, Yanalak and Baykal, 2001, Piroška ve diğ., 2008, Erol ve Çelik, 2004, Ambrožič, ve diğ., 1999, Yaprak ve Arslan, 2008, İnal ve diğ., 2002, İnal ve Yiğit, 2004, Alkanalka ve Bayram, 2007, Kurt ve diğ., 2007, Teke ve Yalçınkaya, 2005, Yılmaz, 2013, Sarı ve Arslan, 2007).

Uydu ölçmeleri ile elde edilen yükseklikler elipsoidal yüksekliklerdir ve belirli bir yer elipsoidine göre belirlenmiştir. Fakat fiziksel yeryüzü üzerinde yapılan ölçümler jeoid yüzeyini referans almış ve ortometrik yükseklik olarak tanımlanmıştır. Bu iki yükseklik sistemi birbiri ile çakışmaz ve aralarındaki fark;

$$N=h-H$$

(1)

olarak tanımlanır. Burada N, jeoid yüksekliği, h, elipsoidal yükseklik, H, ortometrik yüksekliktir. Jeoid gibi düzgün olmayan yüzeylerin verilen (1) eşitliği ile matematiksel olarak ifade edilebilmesi için sonsuz sayıda noktaya ihtiyaç duyulmaktadır. Uygulamada pratik olmayan bu durum enterpolasyonla ara değer üretilmesini kaçınılmaz hale getirmektedir. Bir bölgede enterpolasyon yöntemlerinden herhangi biri uygulanmak istendiğinde, hem GPS ile elipsoidal yükseklikleri hem de geometrik nivelman ile ortometrik yükseklikleri belirlenmiş "Dayanak Noktaları" veya "Kontrol Noktaları" olarak adlandırılan örnekleme noktalarının, ilgili bölgede uygun dağılımda seçilmesi gerekmektedir.

* Sorumlu Yazar: Tel: +90(262) 303 32 46

E-posta: erman.senturk@kocaeli.edu.tr (Erman Şentürk)

Bu çalışmada, yaklaşık 3500 km² lik alana sahip Kocaeli iline dağılmış hem elipsoidal hem de ortometrik yükseklikleri bilinen 1018 adet nirengi noktası kullanılmıştır. Çalışma alanını ve bu alanın karakteristik noktalarını temsil edebilecek nitelikte 200 adet nokta seçilerek “Jeoid Dayanak Noktaları Ağı” oluşturulmuş ve seçilen bu noktalardan yararlanarak, Kocaeli il sınırlarını kapsayacak uygun bir yerel jeoid modelinin tasarlanması amaçlanmıştır. Bu kapsamda ağırlıklı ortalama ile, polinomlarla, multiküadratik, üçgenlerle doğrusal ve kriging enterpolasyon olmak üzere beş farklı enterpolasyon yöntemi yardımıyla Kocaeli ilinde en uygun yerel jeoidin belirlenmesi amaçlanmıştır.

2. Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri

Haritacılık çalışmalarında enterpolasyon yöntemleri belirli sayıda nokta kümesi seçilerek yüzeyin bu noktalardan yararlanılarak temsil edilmeye çalışılmasında yoğun olarak kullanılmaktadır. Kullanılan yöntem ne olursa olsun dayanak noktalarının sıklığı, dağılımı ve yüzeyin yapısı yapılacak enterpolasyonun doğruluğunu etkilemektedir.

Bir problemin çözümünde temelde 3 enterpolasyon yaklaşımı vardır:

Tüm araziye kaplayan tek bir fonksiyonla

Yerel olarak tanımlanmış parça parça fonksiyonlarla

Nokta nokta

Kullanılan enterpolasyon yöntemleri bu üç yaklaşıma göre sınıflandırılır. Literatürde birçok enterpolasyon yöntemi mevcuttur. Yapılacak çalışmanın kapsamına göre bu enterpolasyon yöntemlerinden biri ya da birkaçı kullanılabilir. Çalışmada kullanılan beş enterpolasyon yöntemi aşağıda ele alınmıştır.

2.1. Ağırlıklı Ortalama ile Enterpolasyon

Basit bir algoritmaya sahip ve programlama tekniği açısından uygun olması nedeniyle ağırlıklı ortalama yöntemi yaygın olarak kullanılan bir yöntemdir. Basit bir yöntem olmasının yanında birçok uygulamada etkin sonuç vermektedir. Ağırlıklı ortalama yönteminde enterpolasyon noktasındaki değer, dayanak noktalarındaki değerlerin ağırlıklandırılmış ortalamasının alınmasıyla hesaplanır. Seçilen ağırlık algoritması değişkenlik göstermekle birlikte temelde enterpolasyon noktasına yakın olan dayanak noktalarının etkisi uzak olanlara göre daha fazladır.

Bu yöntem noktasal bir enterpolasyon yöntemidir. n adet dayanak noktasından herhangi bir noktadaki jeoid yüksekliği;

$$N_E = \frac{\sum_{i=1}^n N_i P_i}{\sum_{i=1}^n P_i} \quad (2)$$

eşitliği ile hesaplanır. Burada, N_i dayanak noktasındaki jeoid yüksekliği, P_i ise ağırlığıdır. Ağırlık için çeşitli fonksiyonlar kullanılmaktadır. Bunların en geneli dayanak noktası ile enterpolasyon yapılacak nokta arasındaki uzaklığın bir fonksiyonu;

$$P_i = \frac{1}{d_i^k} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad k = 1, 2, 3, 4 \quad (3)$$

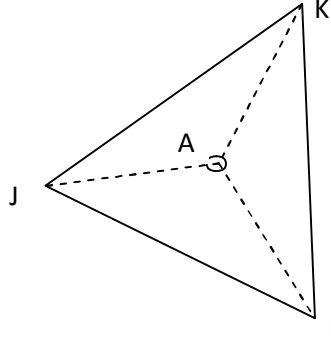
şeklinde (İnal ve Yiğit, 2004). Eşitlikte d_i enterpolasyon noktası ile dayanak noktası arasındaki yatay mesafedir.

2.2. Üçgenlerle Doğrusal Enterpolasyon

Doğrusal enterpolasyon, üçgenleme yönteminde en çok tercih edilen enterpolasyon türüdür. Yüksekliği enterpole edilecek noktanın jeoid yüksekliği, içine düştüğü üçgende doğrusal enterpolasyon ile hesaplanır. Bir eğik düzlem,

$$N = a_0 + a_1 x + a_2 y \quad (4)$$

şeklinde ifade edilirse, her bir üçgende katsayılar, üçgene ait 3 köşe noktası için yazılacak 3 denklemlle belirlenir. Yüksekliği enterpole edilecek noktanın x_A, y koordinatları eşitlik (4)’te yerine konulursa N_A değeri elde edilir.



Şekil 1: Üçgenlerle Doğrusal Enterpolasyon

Şekil 1'e göre üçgenin üç köşe noktası için yazılacak üç denklem,

$$P_I = \frac{(X_J - X_A)(Y_K - Y_J) - (Y_J - Y_A)(X_K - X_J)}{(X_J - X_I)(Y_K - Y_J) - (Y_J - Y_I)(X_K - X_J)} \quad (5)$$

$$P_J = \frac{(X_K - X_A)(Y_I - Y_K) - (Y_K - Y_A)(X_I - X_K)}{(X_K - X_J)(Y_I - Y_K) - (Y_K - Y_J)(X_I - X_K)} \quad (6)$$

$$P_K = \frac{(X_I - X_A)(Y_J - Y_I) - (Y_I - Y_A)(X_J - X_I)}{(X_I - X_K)(Y_J - Y_I) - (Y_I - Y_K)(X_J - X_I)} \quad (7)$$

şeklinde. Burada x ve y 'ler, I, J, K ve A noktalarının koordinatlarıdır. A noktasının jeoid ondülasyon değeri N ,

$$N_A = P_I N_I + P_J N_J + P_K N_K \quad (8)$$

şeklinde belirlenir.

2.3. Polinomlarla Enterpolasyon

Polinom yüzeyleriyle enterpolasyon, yüzey modellemelerde, yaygın olarak kullanılan tekniklerden biridir. Bu tekniğin ana amacı çalışılan bölgenin tek bir fonksiyonla ifade edilmesidir. Polinom yüzeyleri, kollokasyon, kriging ve multiquadatik gibi yöntemlerin uygulanmasında trend yüzeyi olarak da kullanılmaktadır. Polinom yüzeyleriyle enterpolasyonda ortogonal ya da ortogonal olmayan polinomlar kullanılabilir. Ortogonal polinomlarla enterpolasyonda;

$$N(x, y) = \sum_{k=0}^n \sum_{\substack{j=k-i \\ i=0}}^k a_{ij} x^i y^j \quad (9)$$

ortogonal olmayan polinomlarla enterpolasyonda ise,

$$N(x, y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^n a_{ij} x^i y^j \quad (10)$$

eşitliklerinden yararlanılır (İnal ve Yiğit, 2004). (9) ve (10) eşitliklerinde, a_{ij} ; polinomun bilinmeyen katsayılarını, (x, y) ; noktaların düzlem koordinatlarını göstermektedir. Ortogonal polinomlarda $n=1$ için yüzey lineer, $n=2$ için quadratik, $n=3$ için kübik; ortogonal olmayan polinomlarda $n=1$ için bi-lineer, $n=2$ için bi-quadratik, $n=3$ için bi-kübik olarak isimlendirilir. Dayanak nokta sayısı bilinmeyen sayısından fazla ise a_{ij} katsayıları en küçük kareler yöntemine göre dengeleme ile belirlenir. A ; katsayılar matrisini, x polinomun bilinmeyen katsayıları vektörünü, I ise dayanak noktalarındaki jeoid yüksekliklerini gösteren ölçü vektörü olmak üzere,

$$x = (A^T A)^{-1} A^T I \quad (11)$$

eşitliği yazılabilir (İnal, 1996).

2.4. Multiküadratik Enterpolasyon

Bugüne kadar çeşitli jeodezik ve fotogrametrik problemlerin çözümünde kullanılan yöntem ilk olarak 1971 yılında Rolland L. Hardy tarafından önerilmiştir. Bu enterpolasyon tekniğinin amacı, çalışma alanında bilinen tüm dayanak noktaları kullanılarak tek bir fonksiyon ile yüzeyi tanımlamaktır. Analitik bir çözümleme tekniğidir.

Tekniğin uygulanabilmesi için öncelikle dayanak noktaları kullanılarak bir trend yüzey geçirilir. Trend yüzeyi olarak birinci ya da ikinci dereceden polinom kullanmak uygundur (Leberl, 1973). Daha sonra, dayanak noktalarındaki artık jeoid yüksekliği değerleri (ΔN) hesaplanır. Bu artık jeoid yüksekliği değerleri, multiküadratik yöntem için $\mathbb{Q}$ matrisi olarak kullanılır. ΔN artık jeoid yüksekliği değerleri;

$$\Delta N_i = N_i - N(x_i, y_i) = N_i - N_{TREND} \quad i = 1, 2, 3, \dots, m \quad (12)$$

eşitliğiyle hesaplanır. (x_e, y_e) enterpolasyon noktasındaki ΔN_e artık jeoid yüksekliği değeri ise,

$$\Delta N_e = N_e - N(x_e, y_e) = N_e - N_{TREND} \quad (13)$$

şeklinde yazılabilir. Fakat bu eşitlikteki ΔN_e ve N_e değerleri bilinmeyen değerlerdir. Bunlardan birisinin bulunması halinde diğeri hesaplanabilir. Burada artık jeoid yüksekliği değerleri “Multiküadratik Yüzey” diye bilinen, katsayıları tanımlanmış ikinci dereceden yüzey denklemlerinin toplamı olarak belirlenmektedir. En genel gösterimiyle multiküadratik yüzey,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m C_i [Q(x, y, x_i, y_i)] \quad (14)$$

şeklinde (Hardy, 1971). Burada, C_i dayanak noktalarının bilinen ΔN artık yükseklik değerlerinden hesaplanan bilinmeyen katsayıları, $Q(x, y, x_i, y_i)$ ise kernel fonksiyonudur. (14) eşitliğinden başka multiküadratik yüzey çeşitleri de mevcuttur. Örneğin,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m C_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \delta^2]^{0.5} \quad (15)$$

iki yapraklı dairesel hiperboloit serilerinin toplamı veya,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m C_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2 + \delta^2] \quad (16)$$

şeklinde dairesel parabolit serilerinin toplamı şeklinde ifade edilebilir. Bağlantıdaki δ isteğe bağlı bir katsayıdır. (15) eşitliğinde $\delta=0$ alınırsa multiküadratik yüzey,

$$\Delta N = \sum_{i=1}^m C_i [(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2]^{0.5} \quad (17)$$

biçiminde olur. Multiküadratik yüzey fonksiyonu olarak (17)’yi seçersek bağlantıda geçen katsayılarını hesaplamak için m sayıdaki dayanak noktasının bilinen $(x_i, y_i, \Delta N)$ değerlerinden yararlanılarak,

$$\Delta N_j = \sum_{i=1}^m C_i [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{0.5} \quad (18)$$

$$a_{ij} = [(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2]^{0.5} \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (19)$$

olmak üzere m sayıda doğrusal denklem sistemi oluşturulur. (18) bağlantısı,

$$\begin{aligned}
\Delta N_1 &= C_1 a_{11} + C_2 a_{12} + \dots C_m a_{1m} \\
\Delta N_2 &= C_1 a_{21} + C_2 a_{22} + \dots C_m a_{2m} \\
&\downarrow \\
\Delta N_m &= C_1 a_{m1} + C_2 a_{m2} + \dots C_m a_{mm}
\end{aligned} \tag{20}$$

biçiminde gösterilir. (20) denklemleri matrislerle düzenlendiğinde,

$$\Delta N = \begin{bmatrix} \Delta N_1 \\ \Delta N_2 \\ \downarrow \\ \Delta N_m \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \downarrow & \downarrow & \dots & \downarrow \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \downarrow \\ C_m \end{bmatrix}$$

şeklinde yazılır. Burada; A : (mxm) boyutlu katsayılar matrisini, C : m elemanlı bilinmeyenler vektörünü, ΔN : m sayıdaki dayanak noktalarına ait ΔN artık yükseklik değerlerini göstermektedir.

Buradan hareketle,

$$\Delta N = AC \tag{21}$$

ifadesi yazılabilir. C katsayıları,

$$C = A^{-1} \Delta N \tag{22}$$

matris eşitliğinden hesaplanabilir. (14) eşitliğinde C_i katsayıları yerine konarak,

$$N_e = N_{TREND} + \sum_{i=1}^m C_i [(x_e - x_i)^2 + (y_e - y_i)^2]^{0,5} \tag{23}$$

eşitliğiyle, koordinatları bilinen (x_e, y_e) enterpolasyon noktasındaki jeoid yüksekliği bulunur (Yanalak, 2002).

2.5. Kriging Enterpolasyon

Kriging yöntemi ilk olarak 1951 yılında D.G. Krige tarafından önerilmiş geoistatistiksel bir enterpolasyon yöntemidir. Kriging yönteminin temeli bölgesel değişkenler teorisine dayanır. Yüzey, sabit bir ortalama ya da eğilimden oluşan yapısal bir bileşen, rasgele fakat konumsal olarak kolerasyonlu bileşen ve konumsal olarak korelasyonsuz kalıntı hata terimi olmak üzere üç ana bileşenin toplamı olarak ifade edilir (Martensson, 2002).

Kriging yönteminin işlem adımları aşağıdaki gibi sıralanır.

- Ampirik variogramın hesaplanması
- Model uydurma
- Matrislerin oluşturulması
- Tahminlerin yapılması

Çalışmada normal (ordinary) kriging yöntemi kullanılmıştır. Normal kriging yönteminde bölgesel değişkenlerin durağan ve ortalamanın sabit olduğu varsayımına göre çözüme gidilir (İnal vd., 2004).

Ağırlıklı ortalama yöntemine benzer şekilde kriging yönteminde yakındaki noktalardan daha fazla etkilenmeyi sağlayan bir ağırlık modeli kullanılır.

$$Z_p = \sum_{i=1}^n W_i Z_i \tag{24}$$

Burada; Z_p , P enterpolasyon noktasının aranan ondülasyon değeri, W_i , Her bir Z_i değerine karşılık gelen ağırlık, Z_i , Z_p değerinin hesabında kullanılan noktaların ondülasyon değerleridir.

Normal kriging yönteminde ağırlıklar variogram modeline, tahmin noktasına uzaklığa ve tahmin noktası çevresindeki ölçülmüş değerler arasındaki mekansal ilişkiye bağlıdır. Gerçek değerler ile tahmin değerleri arasındaki farkların ortalama, tahminlerin sapmasız olması gereğinden sıfır olmalıdır. Bilinmeyen değerlerle tahmin değerlerinin sapmasız

olması için $\sum W_i = 1$ olmalıdır. Ayrıca $Var[\hat{Z}_p - Z_p] = \min$ koşulu da göz önüne alınarak variogram fonksiyonundan ağırlıklar,

$$\underline{Y} \underline{W} = \underline{Y}_0 \quad (25)$$

$$\underline{W} = \underline{Y}^{-1} \underline{Y}_0 \quad (26)$$

formülü ile hesaplanır. Burada;

$\underline{Y}$: dayanak noktalarının birbirlerine olan uzaklıklarına karşılık gelen $(n+1)(n+1)$ elemanlı variogram matrisi

$\underline{Y}_0$: enterpolasyon noktası ile dayanak noktalarının uzaklıklarına karşılık gelen $(n+1)$ elemanlı variogram vektörü

$\underline{W}$: $(n+1)$ elemanlı ağırlık bilinmeyenleri vektörü

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} \gamma(h_{11}) & \gamma(h_{12}) & \dots & \gamma(h_{1n}) & 1 \\ \gamma(h_{21}) & \gamma(h_{22}) & \dots & \gamma(h_{2n}) & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(h_{n1}) & \gamma(h_{n2}) & \dots & \gamma(h_{nn}) & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{W} = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \\ \vdots \\ W_n \\ \lambda \end{bmatrix} \quad \underline{Y}_0 = \begin{bmatrix} \gamma(h_{1p}) \\ \gamma(h_{2p}) \\ \vdots \\ \gamma(h_{np}) \\ 1 \end{bmatrix}$$

Ağırlıklar belirlendikten sonra kriging genel denkleminde herhangi bir enterpolasyon noktasının ondülasyon değeri Eşitlik (24)'e göre bulunur (İnal vd., 2004).

3. Sayısal Uygulama

Bu çalışmada Kocaeli ili İzmit İlçe Belediyesi'nden temin edilen, yaklaşık 3500 km² lik alana dağılmış 1018 nirengi noktasından, çalışma bölgesini temsil edebilen 200 adedi dayanak noktası seçilerek bu noktalarla ağırlıklı ortalama, üçgenlerle doğrusal, polinomsal, multiküadratik ve kriging enterpolasyon yöntemleri uygulanmıştır. Dayanak noktalarının sayısı BÖHHBÜY'ün 41. maddesinde belirtilen kurala göre belirlenmiştir. Bu maddede, 25 km² lik alan için en az 4 nokta ve ilk 25 km² lik alana ilaveten her 25 km² lik alan için de en az 1 nokta bulunması gerektiği belirtilmiştir.

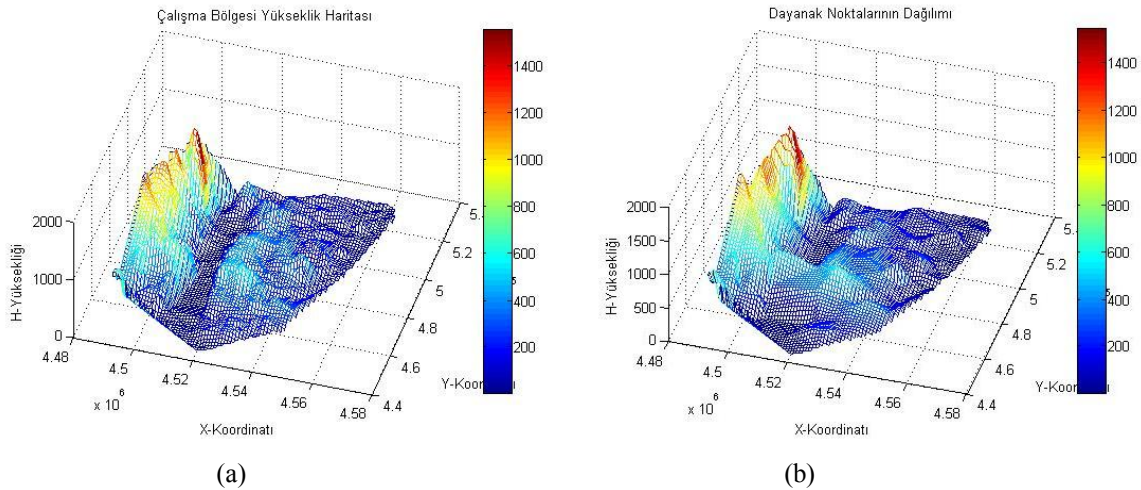
200 adet dayanak noktasının seçiminde üç adet ölçüt esas alınmıştır:

200 adet nokta çalışma bölgesine homojen dağılmış olmalıdır. Bu nedenle her 25 km² lik grid bölgesinde en az 1 dayanak noktasının bulunmasına dikkat edilmiştir.

Bölgenin yüksekliği yaklaşık 0 ila 1700 m arasında değişmektedir. 200 adet dayanak noktasının ortalama yüksekliğinin bölgenin ortalama yüksekliğini ve bölgenin topografik yapısının değişkenlik gösterdiği karakteristik yerlerini temsil etmesine dikkat edilmiştir (Bkz. Şekil 3).

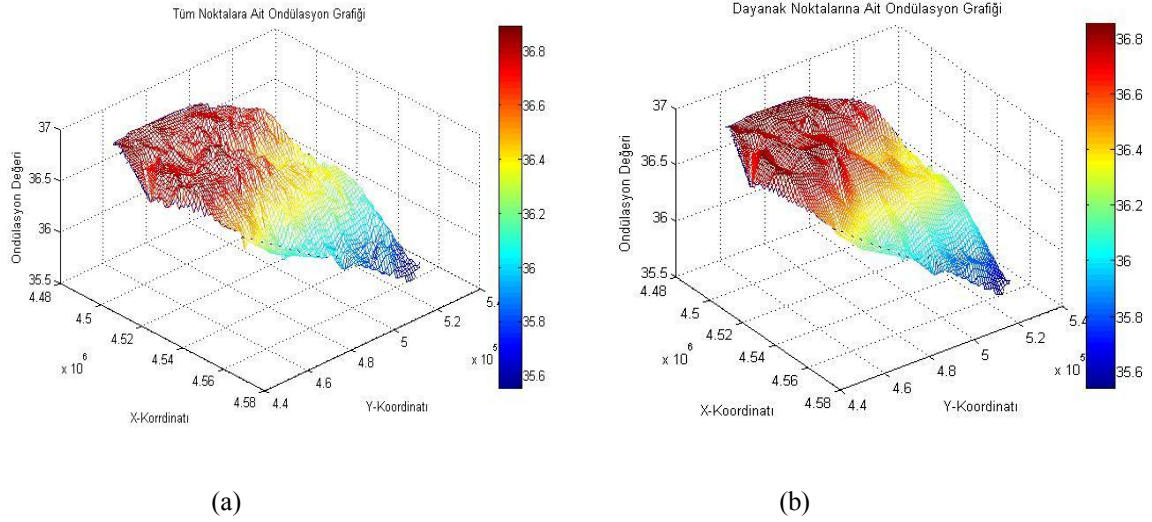
200 adet dayanak noktasının bölgenin jeoid ondülasyon değişimini temsil etmesine dikkat edilmiştir (Bkz. Şekil 4).

Şekil 3'de çalışma kapsamında kullanılan 1018 adet nirengi noktasının ve yukarıda belirtilen ölçütlere göre seçilen 200 adet dayanak noktasının oluşturduğu üç boyutlu arazi modelleri gösterilmektedir. İki arazi modeli incelendiğinde seçilen 200 adet dayanak noktasının araziye temsil etme gücünün yeterli seviyede olduğu gözlenmektedir.



Şekil 3: a- Temin Edilen 1018 Nirengi Noktasının Üç Boyutlu Dağılımı b- Seçilen 200 Adet Dayanak Noktasının Üç Boyutlu Dağılımı

Şekil 4’de aynı noktalara ait jeoid ondülasyon değerleri ve bu değerlerin oluşturduğu yüzeyler gösterilmiştir.



Şekil 4: a- Temin Edilen 1018 Nirengi Noktasının Ondülasyon Değişim Grafiği b- Seçilen 200 Adet Dayanak Noktasının Ondülasyon Değişim Grafiği

Seçilen 200 adet dayanak noktası, trend yüzeyi olarak düşünülen 2. dereceden bir polinoma göre test edilmiş ve dayanak noktalarında τ (tau) dağılımına göre uyumsuz bir noktanın bulunmadığına karar verilmiştir. Dayanak noktalarına ait Tau Uyumsuz Ölçü Testine ait parametreler ve formüller aşağıdaki gibidir.

$$T_i = |V_i| / m_{vi} \text{ test değeri}$$

$$\tau(f, \alpha_0) = \sqrt{\frac{f \cdot t^2_{(f-1, \alpha_0)}}{f-1 + t^2_{(f-1, \alpha_0)}}} \text{ sınır değer olmak üzere;} \quad (24)$$

her bir nokta için $T_i < \tau(f, \alpha_0)$ ($\alpha_0 = 0.05$)

olması durumunda ölçüler uyumludur denir, tersi durumda ise ölçüler uyumsuz kabul edilir.

Ağırlıklı ortalamalar ile enterpolasyon yönteminde ağırlık fonksiyonu olarak Eşitlik (3)’de k değeri 1, 2, 3 ve 4 olarak seçilmiş ve yöntem tüm dayanak noktalarından uygulanmıştır. k değerinin seçimine göre elde edilen standart sapma değerleri sırasıyla ± 17.00 cm, ± 7.51 cm, ± 6.23 cm, ± 6.37 cm olarak bulunmuştur.

Üçgenlerle doğrusal enterpolasyon yönteminde 818 adet enterpolasyon noktasının 5 adeti üçgenleme dışında kalmıştır. Bu noktalarda ekstrapolasyon uygulanması istenmediğinden bu noktalar enterpolasyon verisinden çıkartılmış ve yöntem 813 adet enterpolasyon noktası için uygulanmıştır. 813 enterpolasyon noktasına göre standart sapma değeri ± 8.66 cm çıkmıştır. Şekil 5’de dayanak noktalarından oluşturulan üçgenler ile üçgenleme dışından kalan 5 enterpolasyon noktası gösterilmektedir.

Polinomsal enterpolasyon yöntemi uygulamasına 7. derece polinom yüzeyinden başlanmış ve işlemler iteratif olarak, anlamlı polinom parametreleri kalıncaya kadar polinom dereceleri küçültülmüştür. 7. dereceden polinom yüzeyinin 7. dereceye ait tüm katsayıları anlamsız çıktığı için, enterpolasyon işlemine anlamlı sonuçlar veren 6. dereceden polinom yüzeyinden başlanmıştır. Katsayılar, Student (t-dağılımı)’na göre belirlenen sınır değerlerle karşılaştırılmış, en anlamsız olanından daha az anlamsız olanına doğru aşama aşama çıkarılmıştır. Parametre anlamlılık testi,

$$T_i = |a_i| / m_{ai} \text{ test değeri,} \quad t_{(f, 1-\alpha)} \text{ sınır değer olmak üzere}$$

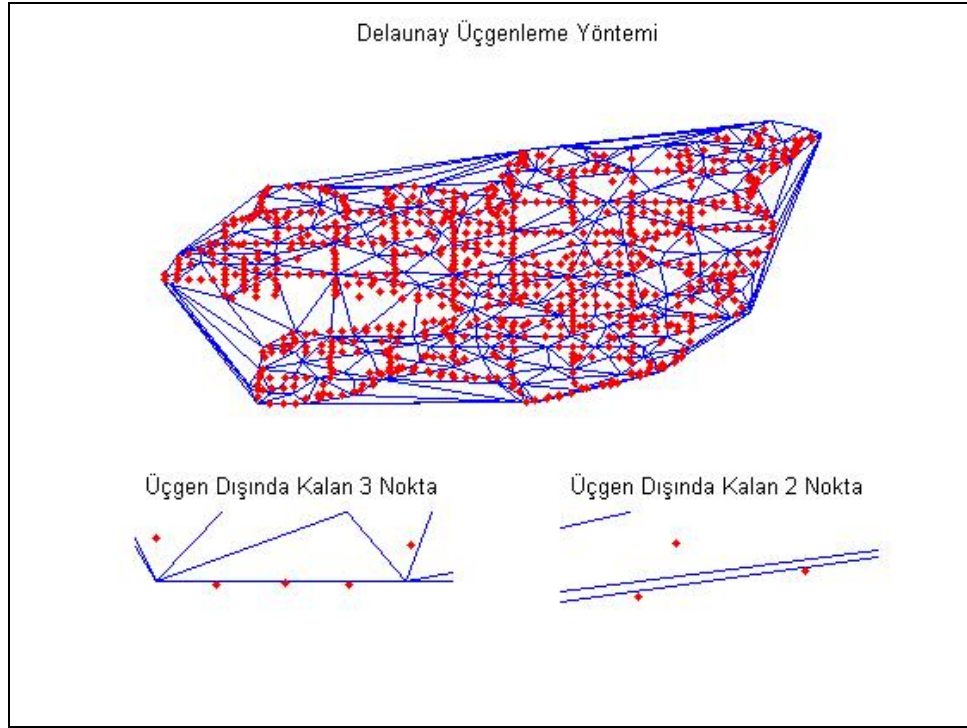
her bir parametre için $T_i > t_{(f, 1-\alpha)}$ ($\alpha_0 = 0.05$) (25)

olması durumunda o parametrenin anlamlı, tersi durumda ise anlamsız olduğu kabul edilir.

Çıkarılan her katsayıdan sonra enterpolasyon işlemi tekrarlanmıştır. Polinomsal enterpolasyon için belirlenen en uygun yüzey modeli, enterpolasyon noktaları ile de analiz edilmiştir. Kocaeli için en uygun polinom yüzeyinin, genel formülü aşağıdaki gibi 6. dereceden katsayılar içeren bir polinom yüzeyi olduğu sonucuna varılmıştır:

$$N(x, y) = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_4 x^2 + a_5 yx + a_6 y^3 + a_7 x^3 + a_9 yx^2 + a_{11} x^4 + a_{12} y^3 x + a_{13} y^2 x^2 + a_{14} yx^3 + a_{15} y^5 + a_{16} x^5 + a_{17} y^4 x + a_{18} y^3 x^2 + a_{19} y^2 x^3 + a_{20} yx^4 + a_{21} y^6 + a_{24} y^5 x + a_{25} y^2 x^4 + a_{27} y^3 x^3 \quad (26)$$

Standart sapması $\pm 6,77$ cm olan yukarıdaki 22 katsayılı polinom yüzeyi, ilk durumda $a_0, a_1, \dots, a_{27}$ olmak üzere toplam 28 katsayı içerisinden, yapılan anlamlılık testleriyle sonuca etki etmediği görülenlerin çıkarılmasıyla oluşan ideal polinom yüzeyini ifade etmektedir.



Şekil 5: Üçgenlerle Doğrusal Enterpolasyon Yöntemi ve Üçgenleme Dışında Kalan Noktalar

Multiküadratik enterpolasyon yönteminin uygulanmasında trend yüzeyi olarak kuadratik (2. derece polinom) seçilmiştir. Eşitlik (11)'e göre her bir dayanak noktası için trend yüzeyi hesaplandıktan sonra, dayanak noktalarına ait ΔN_i artık ondülasyon değerleri hesaplanıp, dönüşüm için sağ taraf vektörü ($\mathbf{b}$ matrisi) olarak tanımlanmıştır. A katsayılar matrisi elemanları eşitlik (18) ile hesaplanmış olup, eşitlik (21) ile bilinmeyenler hesaplanmıştır. Daha sonra enterpolasyon noktaları için ondülasyon değerleri eşitlik (22) yardımıyla tek tek hesaplanmıştır. Enterpolasyon noktalarından, bu enterpolasyon modelinin standart sapması ± 5.90 cm olarak hesaplanmıştır.

Kriging yönteminde eşitlik (26)'ya göre kriging ağırlıkları belirlenmiş ve eşitlik (24) yardımıyla enterpolasyon noktaları için ondülasyon değerleri kestirilmiştir. 818 enterpolasyon noktasının gerçek değerleriyle enterpolasyon değerleri arasındaki farkların standart sapması ± 5.77 cm bulunmuştur. Çalışmada kullanılan 5 enterpolasyon yönteminin sonuçları Tablo 1'de karşılaştırılmıştır.

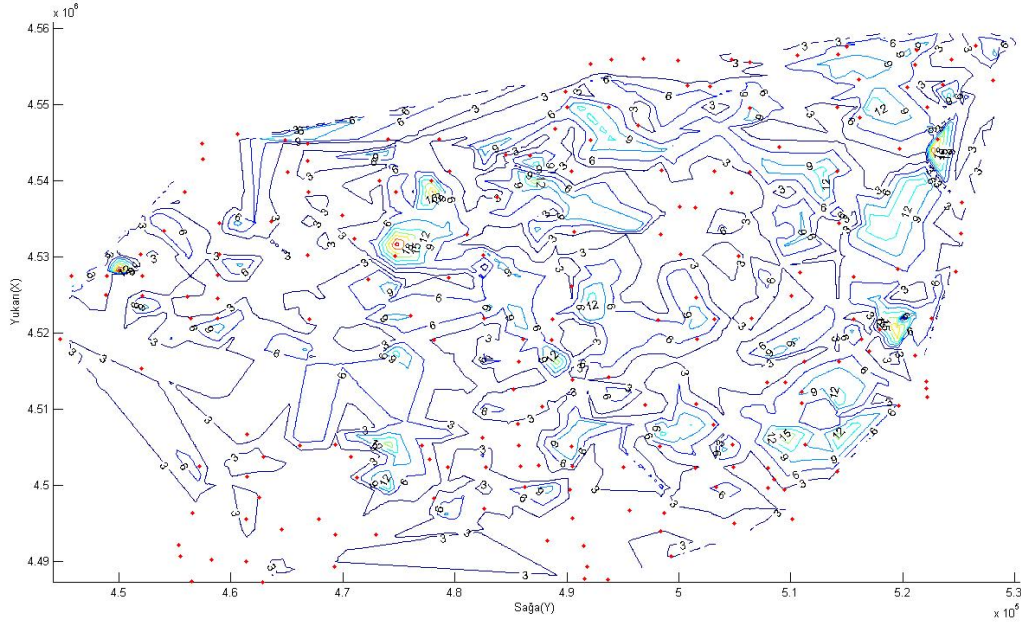
Tablo 1: Çalışmada kullanılan enterpolasyon yöntemlerine ait sonuçlar

Enterpolasyon Yöntemi	Açıklama	Standart Sapma (cm)	Maksimum Mutlak Hata (cm)	Minimum Mutlak Hata (cm)	Mutlak Hata Ort. (cm)	10 cm'den Büyük Hata Sayısı
Ağırlıklı Ortalama	k=1	± 17.00	48.89	0.084	± 14.09	514
	k=2	± 7.51	23.85	0.032	± 5.92	147
	k=3	± 6.23	30.74	0.005	± 4.64	83
	k=4	± 6.37	34.58	0.002	± 4.64	84
Üçgenlerle Doğrusal	Üçgenleme dışı 5 nokta çıkarılmış	± 8.69	55.81	0.000	± 5.71	111
Polinomsal	6. Derece	± 6.77	24.37	0.013	± 5.32	129
Multiküadratik	2. Derece Trend Yüzeyi	± 5.90	27.61	0.004	± 4.41	89
Kriging	Normal Kriging	± 5.77	27.49	0.005	± 4.26	70

4. Sonuçlar

Bir bölgede yerel jeoidin mümkün olan en hassas şekilde belirlenmesi, o bölgedeki mühendislik hizmetlerinin gelişen GPS teknolojisi ile hassas bir şekilde yürütülebilmesini sağlar. Doğalgaz, elektrik, iletişim, içme suyu, atık su ve yağmur suyu gibi yaşamsal altyapıların kurulması önemli birer mühendislik hizmeti olmasına rağmen, bunların sağlıklı bir şekilde işletilmesi, depremler gibi çeşitli afetler karşısında korunabilmesi ve bölgeye verebileceği zararların kontrol altına alınabilmesi de önemli birer mühendislik hizmetidir.

Bu çalışmada Kocaeli ilinde en uygun jeoid belirlenmeye çalışılmıştır. Bu nedenle eldeki verilerle beş enterpolasyon yöntemi denenmiştir. Denenen enterpolasyon yöntemlerinin hepsinin $\pm 5.8-8.7$ cm arasında bir standart sapma ile yerel jeoidi modelleyebildiği, ancak yine de Kriging ve Multiküadratik enterpolasyon yöntemlerinin en iyi sonucu verdiği söylenebilir. Şekil 6'da arazide ölçülen ondülasyon değerleri ile kriging enterpolasyonu ile bulunan ondülasyon değerleri arasındaki farkların bölge üzerindeki dağılımı gösterilmiştir.



Şekil 6: Kriging Yöntemine Göre Enterpolasyon Noktalarındaki Hataların Dağılımı

Şekil 6 incelendiğinde yalnızca 4-5 adet enterpolasyon noktasında maksimum hatalara ulaşıldığı, diğer noktalarda ise farkların birbirlerine yakın ve kabul edilebilir olduğu gözlenmektedir. Bu 4-5 nokta için yüzey iyi temsil edilememişi olabileceği gibi, o noktalarda yapılan GPS ve nivelman ölçmelerinde de bir sorun olup olmadığı tekrar denetlenmelidir.

Kriging enterpolasyonda normal kriging yöntemi kullanılmış ve çalışma da en düşük standart sapma ± 5.77 ile bu yöntemden elde edilmiştir.

Multiküadratik enterpolasyonda trend yüzeyi olarak 2. derece polinom kullanılmış ve standart sapma ± 5.90 olarak belirlenmiştir.

Ağırlıklı enterpolasyonda her nokta için bölgedeki 200 adet dayanak noktasının hepsi kullanıldığından, çok uzak noktaların etkisini azaltan, ters uzaklığın üçüncü kuvveti, daha iyi sonuç vermiştir. Bu enterpolasyon ile de jeoidin ± 6 cm civarında bir duyarlılık ile belirlenebildiği söylenebilir.

Diğer yöntemler, ± 7 cm'lik bir standart sapma ile 6. dereceden polinomla enterpolasyon ve ± 9 cm ile üçgenlerle doğrusal enterpolasyon şeklinde sıralanmaktadır.

Sonuç olarak, bölge için, bu veriler ve bu enterpolasyon yöntemleri ile yaklaşık ± 6 cm ile yerel jeoidin belirlenebildiği görülmüştür. Burada konu edilmeyen diğer enterpolasyon yöntemleri ile bu çalışma geliştirilmelidir.

Kaynaklar

Akılmaz, O., Özlüdemir, M. T., Ayan, T., Çelik, R. N., (2009), Soft computing methods for geoidal height transformation, *Earth Planets Space*, 61, 825-833.

Alkanalka, E., Bayram, B., (2007), Kestirim Yöntemlerinin Sayısal Yükseklik Modeli Üzerindeki Uygulamaları, *11. Harita Bilimsel ve Teknik Genel Kurultayı*. 2-6 Nisan, Ankara.

Ambrožič, T., Kuhar, M., Stopar, B., Turk, G., (1999), Approximation of Local Geoid Surface by Artificial Neural Network. *Proc. of Geodesy and Surveying in the Future - The Importance of Heights*. 273-283, NLS, Gavlé.

- Engelis, T., Rapp, R. H., Bock, Y., (1985), Measuring orthometric height differences with GPS and gravity data, *Manuscripta Geodætica*, 10, 187–194.
- Erol, B., Çelik, R. N., (2004), Precise Local Geoid Determination to Make GPS Technique More Effective in Practical Applications of Geodesy, *FIG Working Week 2004*, 1/13-13/13 Athens, Greece, May 22-27.
- Featherstone, W. E., Dentith, M. C., Kirby, J. F., (1998), Strategies for the accurate determination of orthometric heights from GPS, *Survey Review*, 34 (267), 278–296.
- Hardy, R. L., (1971), Multiquadric Equations of Topography and Other Irregular Surfaces, *Journal of Geophysical Research*, 76, 1905-1915.
- İnal C., (1996), Yerel Jeoid Geçirilerek GPS Sonuçlarından Yükseklik Belirlemesi, *S.Ü. Müh. Mim. Fak. Dergisi*, 11, 15-21.
- İnal, C., Turgut, B., Yiğit, C. Ö., (2002), Lokal Alanlarda Jeoid Ondülasyonlarının Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması, *Selçuk Üniversitesi Jeodezi ve Fotogrametri Öğretiminde 30. Yıl Sempozyumu*, 97-106, Konya, 16-18 Ekim 2002.
- İnal, C., Yiğit, C. Ö., (2004), Elipsoidal Yüksekliklerin Ortometrik Yüksekliğe Dönüşümünde Enterpolasyon Yöntemlerinin Kullanılabilirliği, *S.Ü. Müh. Mim. Fak. Dergisi*, c19, s1, 73-83.
- Krige D.G., (1951), A statistical approach to some mine valuation and allied problems on the Witwatersrand, Master's Thesis, University of the Witwatersrand.
- Kurt, O., Arslan, O., Konak, H., (2007), Polinomsal Yükseklik Dönüşümü, *11. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı*, 2-6 Nisan, Ankara.
- Leberl F., (1973), Interpolation in Square Grid Digital Terrain Model, *The ITC Journal*, 5, 756-807.
- Martensson S.G., (2002), Height Determination By GPS-Accuracy with Respect to Different Geoid Models in Sweden, FIG XXII International Congress, Washington D.C., USA.
- Piroska, Z., Lajos, V., Béla, P., (2008), Modellig local GPS/levelling geoid undulations using Support Vector Machines, *Periodica Polytechnica Civil Engineering*, 52/1 39-43.
- Sarı, İ. N., Arslan, E., (2007), Geoid Yüksekliğinin ANFIS ile Adım Adım Hesaplanması, *HKMO Jeodezi, Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi Dergisi*, Sayı:96, 31-38.
- Teke, K., Yalçinkaya, M., (2005), Yerel Jeoid Yüzeyinin Belirlenmesinde Kullanılan Enterpolasyon Yöntemleri, TUJK 2005 Yılı Bilimsel Toplantısı, Trabzon, 22-24 Eylül 2005.
- Yanalak, M., İnce, C. D., (1997), GPS ile Elde Edilen Elipsoid Yüksekliklerinin Yerel Yükseklik Sistemine Dönüştürülmesi, *TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası 6. Harita Kurultayı*, 03-07 Mart 1997, s. 289-302, Ankara.
- Yanalak, M., O. Baykal, (2001), Transformation of ellipsoidal heights to local levelling heights, *ASCE J. Survey Engineering*, 127(3), 90–103.
- Yanalak, M., (2002), Sayısal Arazi Modellerinde Yükseklik Enterpolasyonu, *Harita Dergisi*, Sayı:128.
- Yaprak, S., Arslan, E., (2008), Kriging Yöntemi ve Geoid Yüksekliklerinin Enterpolasyonu, *HKMO Jeodezi, Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi Dergisi*, Sayı:98, 36-42.
- Yılmaz, M., (2013), Bulanık Mantık ile Hesaplanan Geoid Yüksekliğine Nokta Yüksekliklerinin Etkisi, *Harita Teknolojileri Elektronik Dergisi*, Cilt:5, No:1, 61-67.
- Yong-Qi, C., Zhicai, L., (2004), A hybrid method to determine a local geoid model-Case study, *Earth Planets Space*, 56, 419-427.